屏東教大科學教育
2012 年，35，36-48

小數與分數的轉換

劉曼麗
國立屏東教育大學數理教育研究所教授

侯淑芬
高雄市十全國小教師

壹、前言

小數與分數都是數學課程相當重要的課題，而能流暢轉換小數與分數的能力更是學習四則運算、估算、比率、百分率、甚至統計時，相當重要的先備能力。但國內一些職前教師與小學教師對於分數與小數的認知有限，常會認爲所有分數皆可化成小數以及所有小數也皆可化成分數。事實上，所有分數是可化成小數，但並非所有小數也可化成分數。再者，就分數化成小數而言，有些職前教師與小學教師也不清楚何種分數可化成有限小數，何種分數可化成循環小數。另外，在教學時，教師也往往因不清楚教材脈絡，使得在小數與分數轉換的教學上，常常流於公式的背誦。基於上述，本文擬先從數學角度探討小數與分數是否可互相轉換，以充實教師在此方面的數學知識；接著說明我國國小教材在有關小數與分數轉換上的處理方式，並提出一些教學上的建議，以提供教師進行此方面教學之參考。

貳、有關在小數與分數轉換的數學知識之內涵

一、小數是否可化成分數

爲探討小數是否可化成分數，我們必須先了解小數的家族。小數分爲有限小數與無限小數。小數點後的數字個數有限的小數稱爲有限小數，可表示爲 $0.a_1a_2\cdots a_n$，如 0.168 爲有限小數，又因其小數點後的數字個數爲 3，我們稱 0.168 爲三位小數。相對地，小數點後的數字個數無限的小數則稱爲無限小數。而無限小數又依小數點後的數字是否重複再分成可循環的無限小數與不可循環的無限小數。可循環的無限小數爲其小數點後包含無限重複的數字序列

$a_1a_2\cdots a_n$（不全爲 0），稱爲無限循環小數或循環小數。其中，若僅包含重複的數字序列 $a_1a_2\cdots a_n$，即 $0.a_1a_2\cdots a_na_1a_2\cdots a_n\cdots$ 則稱爲純循環小數，以 $0.\overline{a_1a_2\cdots a_n}$ 表示；相對地，若除了重複的數字序列 $a_1a_2\cdots a_n$ 外，之前還包含不循環的數字序列 $b_1b_2\cdots b_m$，即 $0.b_1b_2\cdots b_ma_1a_2\cdots a_na_1a_2\cdots a_n\cdots$，則稱爲混循環小數，以 $0.b_1b_2\cdots b_m\overline{a_1a_2\cdots a_n}$ 表示，如 $0.\overline{1035}$ 表示純循環小數，而 $0.24\overline{678}$ 表示混循環小數。不可循環的無限小數則爲其小數點後不包含無限重複的數字序列，稱爲無限不循環小數或不循環小數，如 $0.1010010001\cdots$ 爲無限不循環小數。大家所熟悉的圓周率其值爲 $3.14159265358979323846264338327950 28\cdots$ 也是無限不循環小數。爲方便溝通，我們以符號 π 表之。

認識了小數的家族後，接著來看哪些小數是可化成分數的。

（一）有限小數可化成分數

由於有限小數可直接表示成分母爲 10 的乘冪的分數，所以，有限小數化成分數是最簡單不過了。我們只要看此有限小數是幾位小數即可得出分母。設 x 爲 n 位小數 $0.a_1a_2\cdots a_n$，則 x 可直接化成分母爲 10^n 的分數，即 $x=\dfrac{a_1a_2\cdots a_n}{10^n}$。如：$0.345=\dfrac{345}{10^3}=\dfrac{345}{1000}$，$0.15689=\dfrac{15689}{10^5}=\dfrac{15689}{100000}$。由此可知若一個分數經過擴分或約分後，還是無法將原分母變成 10 的乘冪，則此分數是不可化成有限小數。

（二）純循環小數可化成分數

我們雖然很容易得出 n 位小數可直接化成分母爲 10^n 的分數，但循環小數化成分數就不是那麼簡單了。設 x 爲純循環小數 $0.\overline{a_1a_2\cdots a_n}$，則 x 可化成分數的換算公式爲 $x=\dfrac{a_1a_2\cdots a_n}{\underbrace{99\cdots9}_{n\text{個}}}$（劉曼麗、侯淑芬，2012）。如：$0.\overline{09}=\dfrac{9}{\underbrace{99}_{2\text{個}}}=\dfrac{1}{11}$。

（三）混循環小數可化成分數

設 x 爲混循環小數 $0.b_1b_2\cdots b_m\overline{a_1a_2\cdots a_n}$，則 x 可化成分數的換算公式爲

$x=\dfrac{(b_1b_2\cdots b_m a_1a_2\cdots a_n)-(b_1b_2\cdots b_m)}{\underbrace{99\cdots9}_{n個}\underbrace{00\cdots0}_{m個}}$（劉曼麗、侯淑芬，2012）。如：

$0.1\overline{45}=\dfrac{145-1}{990}=\dfrac{144}{990}=\dfrac{8}{55}$。

到目前爲止，我們已得知有限小數與循環小數是可化成分數。至於無限不循環小數是否也可化成分數，需待下節分數是否可化成小數的探討後再行說明。

二、分數是否可化成小數

分數不像小數的家族那麼複雜，以符號 $\dfrac{a}{b}$ 即可表示分數，其中分子 a 與分母 b 皆爲整數，且 b 不爲 0。若將分數化成小數，只要將分子除以分母，再用直式除法計算即可得出小數。如：$\dfrac{4}{5}=4\div5=0.8$，$\dfrac{1}{3}=1\div3=0.\overline{3}$，因此所有的分數皆可化成小數。再進一步來看，由於任意正整數除以 b 後的餘數不外乎是 0、1、2、……、（b-1），因此在 $a\div b$ 的計算過程中，若經過數個步驟（每除以 b 時稱爲 1 個步驟），所得餘數爲 0 時，計算即中止，則 $\dfrac{a}{b}$ 可化成有限小數。若所得的餘數一直不爲 0 時，那也最多經過（b-1）個步驟後就會與之前的某一餘數重複，則 $\dfrac{a}{b}$ 可化成循環小數。由此可知，若將一個分數化成小數，則此小數必爲有限小數或循環小數。所以分數化成的小數只有兩種類型。而由此結果，我們即可發現無限不循環小數是不可化成分數的。因爲若無限不循環小數可化成分數，那麼由其所化成的「分數」便可化成「無限不循環小數」。此結果就會與分數僅能化成有限小數或循環小數的兩種類型矛盾，所以無限不循環小數是不可化成分數的。

另外，當我們遇有分母爲較大的數或者分母是以標準分解式呈現（如 $\dfrac{13}{2^{13}\times3^9\times5^7}$）時，將它化成小數的計算就會變得繁複多了，我們是否不經計算，就能直接判斷此分數所化成的小數是有限小數還是循環小數?由前所述，我

們知道分母爲10^n的分數可直接化成 n 位小數。而 10 的質因數只有 2 和 5，所以，我們若欲判斷分數是否可化成有限小數，只要關注在分母的質因數是否有 2、5 或者還有其它數即可。若分數的分母其質因數僅含 2 或 5，就可透過擴分或約分將此分母先變爲 10 的乘冪，而得出的新分數是原分數的等值分數，再將此等值分數化成有限小數。我們以例子說明如下：

$$\frac{3}{2^{13}\times 5^{9}}=\frac{3\times 5^{4}}{2^{13}\times 5^{9}\times 5^{4}}=\frac{3\times 5^{4}}{2^{13}\times 5^{13}}=\frac{3\times 5^{4}}{10^{13}}=\frac{1875}{10^{13}}=\frac{1875}{1\underbrace{00\cdots0}_{13個}}=0.0000000001875。$$

若分母的質因數含有 2 和 5 以外的數，且此數又與分子互質，則我們將此數再乘以任何數都不能使分母變成 10 的乘冪，因此無法將此分數化成有限小數，故此類分數只能化成循環小數。我們以分數$\frac{11}{252}$爲例說明之。先將分母 252 進行質因數分解後：$\frac{11}{252}=\frac{11}{2^2\times 3^2\times 7}$。我們雖可將其中的「$2^2$」透過乘以「$5^2$」以變成 10 的乘冪（$10^2$），但對其它的質因數如「3」或「7」，我們再乘以任何數，都無法將其變成 10 的乘冪。所以此分數是無法化成有限小數。事實上，我們利用直式除法計算即可得出此分數所化成的小數爲循環小數：$\frac{11}{252}=0.04\overline{365079}$。

參、有關在小數與分數轉換的國小教材之處理方式

經由以上的探討，我們已知所有的分數皆可化成小數，但並非所有的小數也可化成分數。其中，有限小數與循環小數是可化成分數，而無限不循環小數是不可化成分數。而國小有關小數的教材大都聚焦在有限小數上，而無限小數僅出現在小數除法除不盡的問題（循環小數）以及圓周率（無限不循環小數）意義的教材中。由於小學階段不做無限小數的學習，故在除法求商過程中遇有無限小數出現時（即循環小數），則改爲以四捨五入法取其近似值作爲答案。因此，有關小數與分數的轉換，國小教材僅處理有限小數化成分數，分數化成有限小數，以及分數化成循環小數時但以四捨五入法取其近似值三個部分。茲將國小教材處理小數與分數轉換之概念圖呈現如下圖 1：

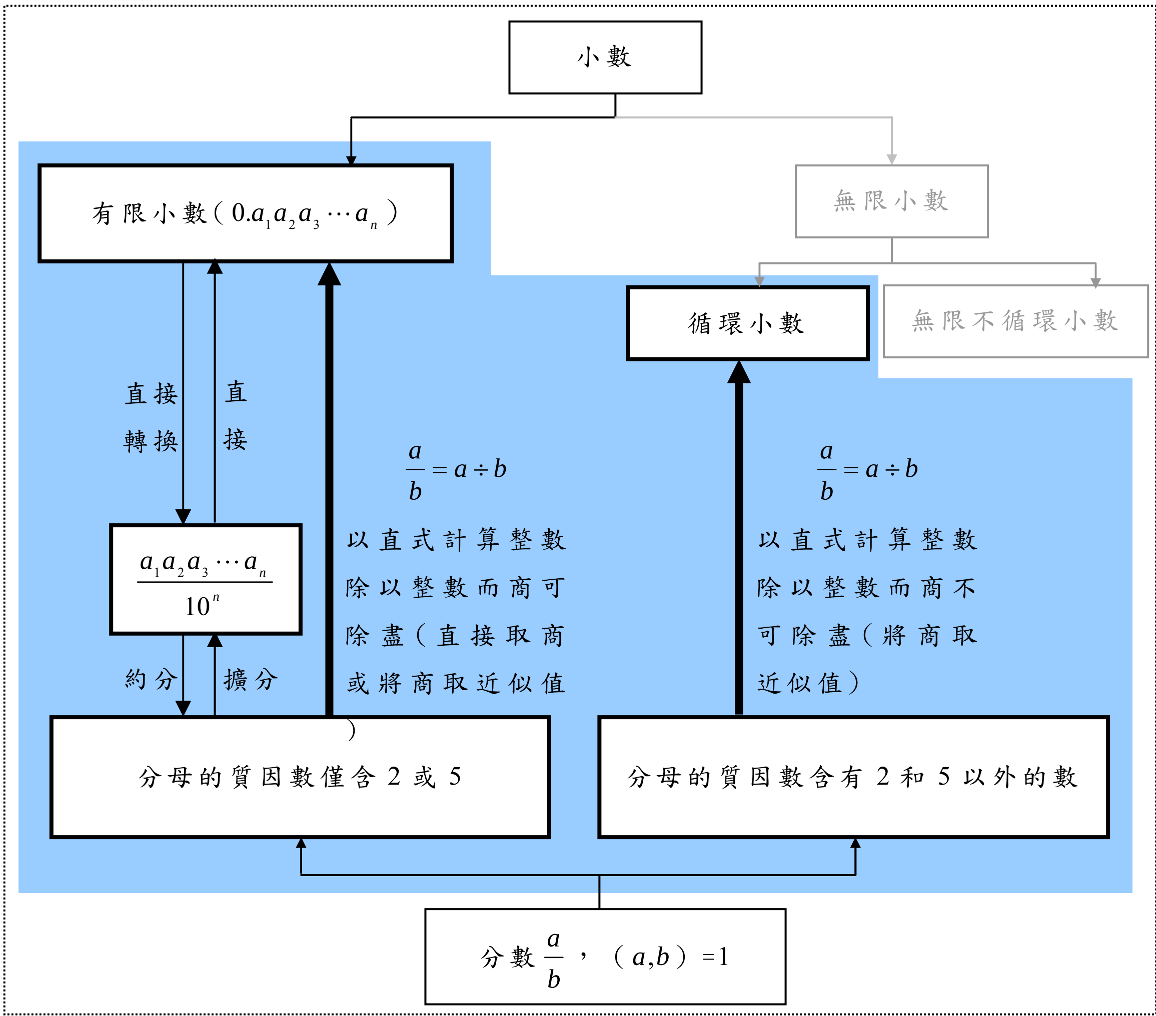

圖 1 國小教材處理小數與分數轉換之概念圖

一、在小數化成分數教材之處理方式

從上圖 1 來看，n 位小數可直接與分母為 10^n 的分數互化。而我國教材即是透過分數的連結來認識小數，即一位小數是分母為 10 的分數另一種表示法、二位小數是分母為 100 的分數另一種表示法、三位小數是分母為 1000 的分數另一種表示法……依此類推。藉由等分成 10 份、100 份、……等圖像表徵輔助或從測量情境切入引入小數，如將一張色紙等分成 10 份，其中的一份是 $\frac{1}{10}$，也可說是 0.1，其中的 3 份是 $\frac{3}{10}$，也可說是 0.3；或 1 公分是 $\frac{1}{100}$公尺，

也可說是 0.01 公尺，51 公分是 $\frac{51}{100}$公尺，也可說是 0.51 公尺等等。不過，此時僅僅介紹小數概念，並未刻意強調小數與分數的互化。九年一貫課程綱要（教育部，2010）將一位小數、二位小數的認識分別安排在三年級（3-n-12）、四年級（4-n-11）；而多位小數的認識則安排在五年級（5-n-10）。其中針對分年細目 5-n-10，綱要中特別指出：「所謂多位小數，只是讓學童知道小數的位數，原則上跟大數一樣，可以一再細分下去，而不特別自限於固定的位值限制即可。實際教學時，則以三位小數和四位小數爲教學與評量重點。」故在小學階段，評量應以四位小數化成分數爲限。

二、在分數化成小數教材之處理方式

從圖 1 可看出，不論是哪一種分數，透過將分數先表示成分子除以分母的除法算式，再由直式除法計算便可化成小數。我國教材即以此方式處理分數化小數問題，如將 $\frac{3}{5}$先表示成「3÷5」，而「3÷5=0.6」，故「$\frac{3}{5}$=0.6」。此轉換方法有賴學生（1）能理解分數之整數相除的意涵和（2）能用直式處理整數除以整數，商爲小數的計算。九年一貫課程綱要（教育部，2008）將與此兩部分有關的分年細目（4-n-06、4-n-10）均安排在四年級，但這兩部分在教材出現的先後順序會因教科書版本而有異。如：康軒版教材是「能用直式處理整數除以整數，商爲小數的計算」在先，而「能理解分數之整數相除的意涵」在後（康軒文教事業股份有限公司，2010）；南一版教材則是「能理解分數之整數相除的意涵」在先，而「能用直式處理整數除以整數，商爲小數的計算」在後（南一書局企業股份有限公司，2010）。不過，微調後的九年一貫課程綱要（教育部，2010）已將「整數除以整數，商爲小數的計算」安排在五年級（5-n-12）。因此，根據九年一貫課程綱要（教育部，2010）編排的課程，應以「理解分數之整數相除的意涵」在先，而「整數除以整數，商爲小數的計算」在後。無論教材在此安排的順序爲何，我們建議教師應要加強此兩部分的連結（劉曼麗，2009），茲說明如下：

（一）利用情境，引導學生理解分數如何與小數相等

我們透過學生熟悉平分東西的生活經驗，以平分蛋糕的情境爲例說明之，見下圖 2。

布題：3 個蛋糕要平分給 5 個人，每人可得幾個蛋糕？請以分數和小數表示答案。

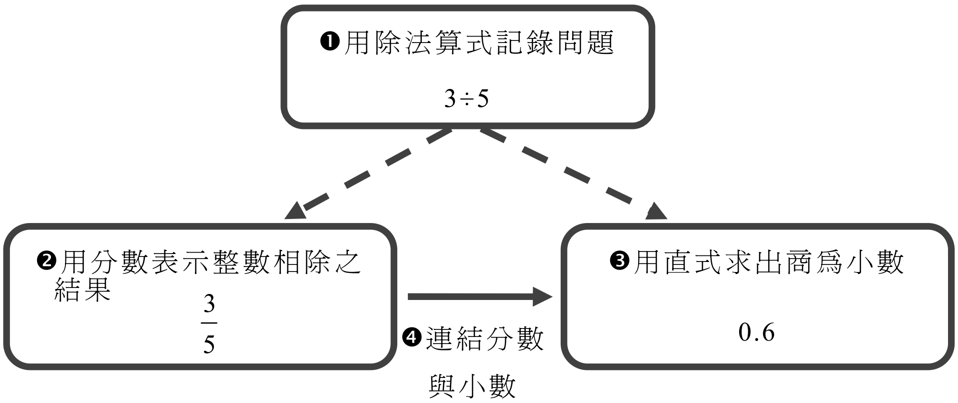

圖 2 說明分數如何與小數相等之摘要圖

教師先引導學生以除法算式記錄問題，並以分數表示兩整數相除之結果。待學生列出「$3\div5=\frac{3}{5}$」後，再鼓勵學生用除法直式算算看。用除法得到的答案是 0.6。最後，教師提問：「3÷5 的答案用分數表示是 $\frac{3}{5}$，但用直式除一除後得到的答案是 0.6。那麼，$\frac{3}{5}$ 有等於 0.6 嗎？」一般而言 ，由 a 得到 b，由 a 也可得到 c，學生應可接受 b 和 c 相等。

（二）脫離情境，引導學生利用分數之整數相除的意涵以理解分數如何化成小數

理解 $\frac{3}{5}$ 與 0.6 可以相等，並不表示學生已學會如何將分數化成小數。接下來教師還需利用等號的對稱性，告訴學生可將等號兩邊對調。強調「3÷5」等於「$\frac{3}{5}$」；反之，「$\frac{3}{5}$」也可等於「3÷5」。所以，我們先將分數「$\frac{3}{5}$」表示

成「3÷5」，而「3÷5」的答案，用小數表示爲 0.6，如下圖 3。所以，分數 $\frac{3}{5}$ 能經由除法得到小數 0.6。之後，再出幾個問題供學生練習。學生有解題困難時，宜隨時提醒學生，分數與整數除法商的關係。待學生經驗成熟後，再提問：「如果要將分數 $\frac{3}{4}$ 化成小數，可以怎麼做呢?」最後，教師再引導學生做出總結：「我們要將分數化成小數，只要先將分數表示成分子除以分母的除法算式，再利用直式計算求出答案就可以了。」

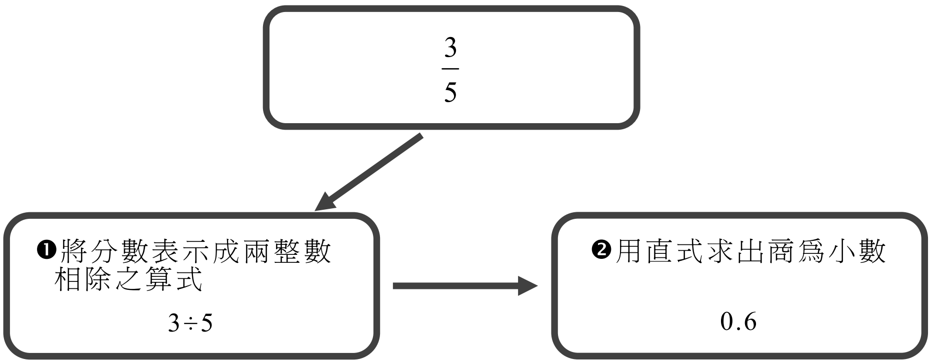

圖 3 說明分數如何化成小數之摘要圖

再者，對分數進行分子除以分母的計算時，如遇有除不盡時，表示此分數只能化成循環小數。但我國小學階段暫不做循環小數的學習，而直接改成對商以四捨五入法取概數即可。如：將 $\frac{1}{3}$ 先連接到整數除法「1÷3」，然後取近似值爲 0.333。此外，由於在小學階段，教學與評量的重點不超過四位小數，因此在分數化小數時，即便是除得盡，若小數位數超過四位，在教材安排上，也會要求學生以四捨五入法取概數做爲該分數的近似值。如：$\frac{1}{32}$ 實際上可化成有限小數 0.03125，但會請學生以四捨五入法求商到小數第二位爲 0.03。

三、延伸至帶小數與帶分數以及帶小數與假分數轉換教材之處理方式

關於在小數與分數轉換教材的處理方式，之前的討論僅關注在純小數與真分數之間的轉換。如今，有了這些基礎，我們還可繼續探討帶小數與帶分數

以及假分數之間的轉換。在帶小數化成假分數與帶分數方面，可透過單位小數（0.1、0.01、0.001、……）與單位分數（$\frac{1}{10}$、$\frac{1}{100}$、$\frac{1}{1000}$、……）的連結來進行。我們先將帶小數表示成單位小數的合成結果，再將單位小數化成單位分數，最後再將單位分數的合成結果以假分數表示，並可換成帶分數。如：3.6 是 36 個 0.1，就是 36 個 $\frac{1}{10}$，所以是 $\frac{36}{10}$，也就是 $3\frac{6}{10}$。此外，我們也可先將帶小數分成整數和純小數二部分，再將純小數化成真分數，最後將其與原整數部分合成帶分數，或可再換成假分數。如：$3.6=3+0.6=3+\frac{6}{10}=3\frac{6}{10}=\frac{36}{10}$。要特別注意的是，由於九年一貫課程綱要（教育部，2010）將帶分數與假分數的認識安排在四年級（4-n-08），所以此部分的教學，皆應留待學生在理解帶分數與假分數的意義與互換方式後再進行。

至於在假分數化成帶小數方面，其實所用方法與真分數化純小數的方法相同。如：$\frac{13}{4}=13\div 4=3.25$ 或 $\frac{13}{4}=\frac{325}{100}=3.25$。而在帶分數化成帶小數方面，則可先將帶分數化成假分數後，再化成帶小數。如：$3\frac{1}{4}=\frac{13}{4}=13\div 4=3.25$。或者將帶分數分成整數和真分數二部分，再將真分數化成純小數，最後將其與原整數部分合成帶小數。如：$3\frac{1}{4}=3+\frac{1}{4}=3+(1\div 4)=3+0.25=3.25$。當然，欲將假分數化成帶小數亦可先將假分數化成帶分數，再化成帶小數。學生若能流暢地轉換分數與小數，日後在進行有理數四則運算、估算、比率、百分率、甚至統計時，才不會滯礙難行，產生學習困難。

四、教學時尚需注意之處

對照九年一貫課程綱要與目前我國教材後，發現有幾處教學時教師尚需留意與補充的部分，說明如下：

（一）宜補充將有限小數化成分母為 10 的乘冪的分數後再繼續透過約分以化成最簡分數之部分

由圖 1 可發現，將有限小數直接化成分母為 10 的乘冪的分數後，也可透過約分取得最簡分數。雖然九年一貫課程綱要未特別強調此部分，但若學生能有此部分的經驗，對於日後學習分數與小數的四則運算上，應有所幫助。如:求 $0.8\times\frac{5}{2}=?$若學生熟知 $0.8=\frac{8}{10}$，再經約分化簡而得到最簡分數為$\frac{4}{5}$，然後將 0.8 改成以$\frac{4}{5}$來計算，則 $0.8\times\frac{5}{2}=\frac{4}{5}\times\frac{5}{2}=2$，應比將$\frac{5}{2}$化成 2.5 計算來得快速方便。建議教師在學生學習擴分、約分與最簡分數後，可再自行布題以補充之。如：「0.8 公斤用最簡分數表示可說是多少公斤？」。

（二）針對分母的質因數僅含 2 或 5 的分數，宜補充可透過擴分或約分將此分數先化成分母為 10 的乘冪之分數再將其直接化成小數

若分數的分母雖不是 10 的乘冪，但其質因數僅含 2 或 5 時，如：$\frac{3}{5}$、$\frac{7}{8}$、$\frac{2}{25}$、$\frac{4}{200}$等，其實尚可透過擴分或約分將其化成分母為 10 的乘冪之等值分數，再將此等值分數直接化成小數。如：$\frac{3}{5}$可由擴分得到其等值分數$\frac{6}{10}$，再將$\frac{6}{10}$直接化成小數 0.6。此部分雖明列在九年一貫課程綱要（教育部，2010）之分年細目（4-n-09）中「能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。」但從目前的教科書內容來看，此部分似乎並未受到重視。建議教師在進行完等值分數教學後，自行布題以補充之。如：「$\frac{3}{5}$公尺用小數表示可說是多少公尺？」此時，教師可提問：「可不可以將$\frac{3}{5}$擴分或約分成分母為 10 的分數呢？」「如何做呢？」「$\frac{3}{5}$等於$\frac{6}{10}$，那$\frac{6}{10}$化成小數是多少？」接著，教師再布題:「$\frac{3}{25}$公尺用小數表示可說是多少公尺？」並提問「可不可以將$\frac{3}{25}$擴分或約分成分母為 10 的分數呢？」「如不行，那可不

可以將 $\frac{3}{25}$ 擴分或約分成分母爲 100 的分數呢？」「如何做呢？」「$\frac{3}{25}$ 等於 $\frac{12}{100}$，那 $\frac{12}{100}$ 化成小數是多少？」最後，老師可再進一步布題:「那麼，$\frac{4}{200}$ 公尺用小數表示可說是多少公尺？」「可不可以將 $\frac{4}{200}$ 擴分或約分成分母爲 10 的分數呢？」「如不行，那可不可以將 $\frac{4}{200}$ 擴分或約分成分母爲 100 的分數呢？」「如何做呢？」「$\frac{4}{200}$ 等於 $\frac{2}{100}$，那 $\frac{2}{100}$ 化成小數是多少？」針對上述提問，藉由討論讓學生察覺：一個分數若透過擴分或約分後能將其先化成分母爲 10 的乘冪的分數，就可直接表示成小數。

（三）針對循環小數化分數部份，宜補充透過小數除法和四捨五入法求得的商可作爲分數化成小數的近似值之部分

目前我國國小教科書內容，多僅針對除不盡的除法問題，安排以四捨五入法對商取近似值，但並未進一步再將其與分數化成小數做連結，讓學生了解由此透過小數除法和四捨五入法求得的商，可作爲分數化成小數的近似值。此部分雖明列在九年一貫課程綱要（教育部，2010）之分年細目（6-n-06）中「在小學階段不進行循環小數之學習，因此學童應知道常用的處理方式是對商以四捨五入法取概數(6-n-07)，並知道此值爲近似值(如 0.3 或 0.33 爲 $\frac{1}{3}$ 的近似值)，並能應用(例如：可標在數線上)。」但似乎並未受到重視。建議教師們在進行完小數除法計算教學後，須再自行布題以補充之。如：「把 2 公尺的彩帶要平分成 3 段，一段是多少公尺？」請學生以分數表示一段彩帶的長，並將分數表示成整數相除的算式後，再讓學生進行直式計算，要求學生以四捨五入法求商到小數第一位爲 0.7、或求商到小數第二位到 0.67 後，再總結分數 $\frac{2}{3}$ 化成小數的近似值爲 0.7 或 0.67。

肆、結語

本文針對小數與分數的轉換，就其相關的數學知識內涵與國小教材處理方式進行探討與說明。從數學知識內涵方面來說，只有有限小數與循環小數可化成分數，而無限不循環小數則無法化成分數。其中，有限小數 $0.a_1a_2\cdots a_n$ 可化成分數 $\frac{0.a_1a_2\cdots a_n}{10^n}$ ，純循環小數 $0.\overline{a_1a_2\cdots a_n}$ 可化成分數 $\frac{a_1a_2\cdots a_n}{\underbrace{99\cdots9}_{n個}}$ ，而混循環小數 $0.b_1b_2\cdots b_m\overline{a_1a_2\cdots a_n}$ 則可化成分數 $\frac{(b_1b_2\cdots b_m a_1a_2\cdots a_n)-(b_1b_2\cdots b_m)}{\underbrace{99\cdots9}_{n個}\underbrace{00\cdots0}_{m個}}$ 。反之，所有的分數皆可化成小數。就所有的分數，只要將其分子除以分母，用直式除法計算求解，即可將分數化成小數。當遇有分母爲較大的數或者分母是以標準分解式呈現時，我們還可不需繁複計算，便能以分母的質因數直接判斷此分數是可化成有限小數或循環小數。若最簡分數其分母的質因數僅含 2 或 5，如 2^2 、 5^3 、 $2^2\times5$ 等，則此分數可化成有限小數；若其分母的質因數還含 2 和 5 以外的數，如 $2^2\times7$ 、 $3^2\times7$ 等，則此分數可化成循環小數。

從教材處理方式而言，國小教材僅處理有限小數化成分數、分數化成有限小數、以及分數化成循環小數時但以四捨五入法取其近似值三個部分。其中，n 位小數可直接化成分母爲 10^n 的分數，這部分在引進小數時，通常透過圖像表徵模式或測量情境來進行教學。目前國內教科書內容較欠缺的是在學生學習最簡分數後，將有限小數化成分母爲 10 的乘冪的分數後再繼續透過約分以化成最簡分數的部分。另外，分數化成小數，因需透過將分數先表示成整數相除的除法算式，再由直式除法計算以得出小數，故教師必須協助學生做好（1）理解分數之整數相除的意涵以及（2）能用直式處理整數除以整數，商爲小數的計算等雙方面的連結。建議教師應透過提問，確認學生是否理解整數相除結果和分數的關係；並在學生熟悉整數除以整數而商爲小數的直式計算後再進行教學。還有，若分數的分母雖不是 10 的乘冪，但其質因數僅含 2 或 5 時，可先透過擴分或約分將其先化成分母爲 10 的乘冪之等值分數，再將此等值分數直接化成小數，但目前國內的教材也較爲缺乏。至於分數化成循環小數時但以四捨五入法取其近似值部分，目前國內教科書內容多僅止於小數除法除不盡問題取近似值部分，並未進一步再將其與分數化成小數做連結。針對上述教科書

內容較欠缺部分，建議教師應自行布題以補充之。

伍、參考文獻

南一書局企業股份有限公司（2010）。**國民小學數學課本第七冊**。台南：南一書局。

南一書局企業股份有限公司（2010）。**國民小學數學課本第八冊**。台南：南一書局。

康軒文教事業股份有限公司（2010）。**國民小學數學課本第六冊**。台北：康軒文教。

康軒文教事業股份有限公司（2010）。**國民小學數學課本第八冊**。台北：康軒文教。

教育部（2008）。**國民中小學九年一貫課程數學學習領域綱要**。台北：教育部。

教育部（2010）。**國民中小學九年一貫課程數學學習領域綱要**。台北：教育部。

劉曼麗（2009）。小數的教與學。**國小分數與小數的教學、學習與評量**（257-362 頁）。台北：五南。

劉曼麗、侯淑芬（2012）。小數與分數關係的探討。**科學教育月刊**（已接受刊登）。