

從數學問題的實施探究一位部落小學 教師的數學教學

徐偉民

國立屏東教育大學數理教育研究所副教授

摘 要

本研究以教室內實施的數學問題為焦點，探究一位部落小學教師的數學教學，同時瞭解教師在數學問題實施時考量因素。以一位服務於部落小學的教師為對象，採用個案研究的方法，透過每週一至兩次的教學觀察和訪談、以及每月定期訪談來蒐集資料。結果發現，個案教師在教室內實施的數學問題以低認知需求的問題為主，實施方式大部分以封閉式的對話來實施，且實施的焦點在於計算的熟練。而個案教師在數學問題實施時，主要考量的是學生的學習特性和個人本身的因素，許多高認知需求的數學問題，也採用封閉式對話的方式來實施，而使得學生以低認知的方式來習得。個案教師數學教學的表現和過去對少數族群學生數學教學的主張不同，是否反映了目前大多數部落小學教師數學教學的情況，值得進一步探討與瞭解。

關鍵字：原住民、國小教師、數學問題、數學教學

From mathematics tasks implementation to explore an elementary teacher mathematics teaching in an indigenous school

Wei-Min Hsu

Associate Professor, Graduate Institute of Mathematics and Science
Education, National Pingtung University of Education

Abstract

The focus of this study was on the mathematics tasks implementation in the classroom for understanding the mathematics teaching of an elementary school teacher. Case study methodology was used to study a fourth-grade teacher with served in an indigenous school of Pingtung county. The main data were from classroom observations and teacher interviews collected during the 2006-07 school year. Analyses of study data indicated that most of mathematics tasks the teacher implemented were belong low cognitive demand, and used close-ended dialogue to interact with students. Algorithm skills were main focus when mathematics tasks were implemented. The considerations when the teacher implemented mathematics tasks were on students learning habits and teacher self which included her knowledge and goals setting of mathematics teaching. Due to the students learning habits, the teacher adopted close-ended dialogue to implement high cognitive demand tasks that lead students learned in low cognitive way. Her teaching performance did not match the arguments of mathematics teaching from studies focus on minority students. But her teaching performance whether represent other teachers who also teach in other indigenous schools, it is worth to do further investigation.

Keywords:Indigenous students, Elementary school teacher, Mathematics tasks, Mathematics teaching

壹、緒論

一、研究動機

原住民或少數族群的教育問題，一直是各國政府所關注的焦點，國內許多學者投入原住民的教育研究（陳枝烈，1997；譚光鼎、林明芳，2002；周德禎，2000），企圖從不同的面向來瞭解原住民教育的現況，尤其想瞭解原住民學生學習成就低落的原因。因為學習成就的高低，決定了個體能否往上流動，能否擺脫原有生存困境的關鍵。從過去的研究來看，發現數學是原住民學童感到最困難的學科之一（紀惠英，2001）；從學科重要性來看，數學扮演的是一個「關鍵過濾器」（critical filter）的角色，可以決定未來個人成功與否的最重要指標（Ernest, 1998）；從研究的焦點來看，過去原住民學生數學學習的研究，大部分從個人、學校教育和環境脈絡等多面向的角度來詮釋影響他們數學學習表現不佳的原因（紀惠英，2001；徐偉民、楊雅竹，2009；黃志賢，2006），較少針對教室內數學教學實施的歷程來進行分析與探討。雖然影響學生數學學習的因素眾多，但教師的教學實施和表現，是最直接影響學生數學學習結果的關鍵（Boaler & Staples, 2005; Gutstein, 2003; Henningsen & Stein, 1997; Stein, Remillard & Smith, 2007）。

要瞭解教師教室內的數學教學表現，可以從不同的面向來切入：Artzt 和 Armour-Thomas（2002）提出從教師呈現的數學問題（Tasks）、營造的學習環境（Learning environment）和討論（Discourse）進行的方式三個面向來瞭解與分析教師的數學教學表現；Henningsen 和 Stein（1997）認為教師教學時採用的數學問題，不但直接影響學生學習數學的方式和結果，同時也會影響學生對於數學本質和學習的觀點；Silver, Mesa, Morris, Star 和 Benken（2009）從教師在課堂中採用的數學問題類型和教學特色，來瞭解教師的數學教學和學生學習之間的關係。這些分析與檢視教師數學教學的主張，都提到了教室內所使用「數學問題」扮演著關鍵的角色。而從數學教學改革的觀點來看，解題一直扮演的核心的角色（以數學問題為單位），強調讓學生從解題的歷程中學習和理解新的數學概念，

提供應用數學能力和技巧的機會（Cowan, 2006; NCTM, 2000），許多理論也因此針對解題的歷程提出不同的觀點（Mayer, 1992; Schoenfeld, 1985）。而且在課程改革上，教科書中數學問題的呈現方式也有很大的不同（Stein, et al., 2007）。因此，本研究將以數學問題的使用和實施為焦點，來探究原住民部落小學教師的數學教學，以作為後續探討影響教師教學表現和原住民學生數學學習之間關係的參考。

二、研究目的

根據上述，本研究預計以一位原住民學校教師為對象，達成以下兩個目的：

- （一）瞭解個案教師數學教學時所使用的數學問題類型和實施方式。
- （二）探討個案教師在數學問題使用和實施時考量的因素

貳、文獻探討與啟發

一、對原住民學生數學教學的主張

從數學教學改革的主張來看，希望教師的教學實施讓學生能夠主動參與數學的思考與討論，去探索數學的關係，發展自己的解題策略，使用適當的工具並共同合作來解決問題，並欣賞他人的解題策略等（NCTM, 2000）。教師的角色從告知與描述的角色，轉而成為傾聽、提問、探測學生理解的協助者（Artzt & Armour-Thomas, 2002）。數學教學的目標強調的是以學生為中心、以理解為目的（Hudson & Miller, 2006; Kilpatrick & Silver, 2000），數學的教學要以學生有意義的事物為起點，發展一個以理解、解釋和相互協助為導向的合作式數學對話。這些說明了數學教學從傳統講述與知識傳遞的觀點，轉向賦權互動與探究理解的觀點。世界各國改革的潮流中，也可以看到把學習者視為是主動的建構數學知識的主張（Becker & Selter, 1996）。

再從少數族群數學學習的結果來看，許多研究者從文化的角度來詮釋學生數學學習表現不佳的結果：D'Ambrosio 認為少數族群學生學習源自西方數學所形成的「學校數學」（academic mathematics），而非從自身

文化和生活經驗所產生的「民族數學」(ethno-mathematics)，而導致學習成效不理想(cited in Gerdes, 1996)；簡淑真(1998)認為原住民傳統文化中只有語言沒有文字，使他們無法運用文字來進行邏輯推理，所以當數學問題過於複雜時，他們便無法理解題目的意思來進行解題；紀惠英(2001)指出，文化的差異使得原住民學生日常生活中所建構的自發性概念，與學校所要教導的科學概念間，存在著一道難以跨越的鴻溝。文化差異影響學生數學學習的觀點，使許多學者提出文化融入課程和互動取向教學的主張，來提升少數族群學生數學學習成功的機會。包括：Cummins(1986)主張應該把學生的語言和文化納入課程中，採用合作學習的方式，讓學生有更多主動參與、思考、探索、討論與發表的機會，才能獲得學習上的成功；Leonard 和 Dantley(2005)提出「文化相關教學」(culturally relevant teaching)的觀點，認為在教學過程中應賦權給學生，並且將少數族群學生的文化和生活經驗融入課程設計中，才能讓少數學生有數學學習成功的機會；Barnes 夫婦(2005)強調探究式教學的重要，認為教師要藉著探索的過程，幫助學生找到他們看見的世界和科學世界之間的距離，並為他們搭起一座橋樑。

從數學教學改革和對少數族群學生數學教學的主張來看，可以發現原住民的數學教學，應該要強調以生活或文化的課程內容為基礎，並採用互動、探索和討論的教學實施，才能提升原住民學生的數學學習表現。

二、教室內數學問題的類型和實施方式

(一) 數學問題的類型

數學問題的類型，依解題時所需的認知需求來看，由低到高可以分為：記憶(memorization)、無連結程序(procedures without connections)、具連結程序(procedures with connections)、和作數學(doing mathematics)四種類型(Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2000)。記憶型和無連結程序的數學問題，學生只要透過記憶背誦或規則演練就可以成功解題，不需要真正的理解。這兩類型屬於低度認知需求的問題，學生在解題時不需要有太多認知的需求或負擔；而具連結程序的程序或是作數學的問題，則屬於高度認知需求的問題，學生必須要真正的理解，並選擇適當的策略或表徵，或是進行推理、臆測和證明的歷程才能解決問題。低

認知需求的問題，著重的在基本事實與計算技巧的熟練；高認知需求的問題，則強調生活問題的解決、推理與應用。四種不同類型數學問題的舉例如表 1。由此可知，不同類型的數學問題，不僅影響教師教學的焦點與實施方式，也對學生數學學習焦點、數學能力的發展、以及對於數學的態度都會有所影響。

表 1 四種不同類型數學問題的範例

問題類型	範例與學生可能的反應
記憶型	和 $1/2$ 相等的小數和百分率為何？（學生依定義立即寫出答案）
無連結程序型	將 $3/8$ 轉換成小數和百分率（學生需透過計算程序得出）
具連結程序型	用百格板標示出等於 $3/5$ 的小數和百分率（學生需進行表徵間的連結）
作數學	在 4×10 的格板中，將 6 小格畫上陰影，請解釋如何決定陰影面積的百分率和小數？（學生需選擇合適的方法進行解題並解釋）

資料來源：修改自 *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development* (p.13), by Stein et al., 2000, NY: Teacher College. 括號中的內容為學生可能的反應

（二）數學問題的實施方式

數學問題的類型不同，實施的方式便不同。Stein 等人（2007）指出，若教科書中呈現的數學問題，強調的是解題技巧的熟練，則實施的方式將是以教師講授為主，較少進行開放性的探索；但若呈現較開放的數學問題，強調思考、溝通、推理等能力的培養，則實施的過程將提供學生許多思考、討論與探索的機會，並希望學生在討論和探索的過程中，獲得數學的概念和能力。可見數學問題的類型不僅影響學習的焦點，也影響教學的實施。

不過，不能單從數學問題的類型來判斷教室內的實施方式，因為在實施過程中會受到其他相關因素的影響。Henningsen 和 Stein（1997）認為數學問題本身到教室內數學問題的使用，會經歷兩個不同層次的轉換：一是受到老師本身的學科知識、信念和設定目標的影響，二是受到教室內包

括學生的學習態度、教室的常規等因素的影響，使得原來屬於高認知的數學問題，因為時間分配不當、沒有適當的引起學習動機或和學生的先備知識相連結、或是班級經營的問題，而降低問題的複雜性，以及學生解題的認知需求，使學生以低認知的方式來進行學習。在 TIMSS 1999 年的教學影片研究中，也發現美國教師在教學中選用的數學問題，雖然有 17% 屬於高認知需求的問題，但是他們卻將高認知需求的數學問題轉換成程序性練習的方式來實施（Stein, et al., 2007）；Cohen 等人（1990）的研究也發現，雖然個案教師採用的是屬於創新的教材，內容的設計是以幫助學生進行有意義的數學學習，但是個案教師卻以「傳遞正確且固定答案的數學知識」的方式來實施，而非採用探究的方式來進行。

因此，要探討和瞭解教師的教學實施，除了從教室內所採用的數學問題類型外，還必須瞭解數學問題的實施方式。Stein 等人（2007）建議從教室內採用的活動和互動的方式來瞭解數學問題的實施方式。其中在互動的方式上，取向上可分為開放或封閉、雙向或單向，對象上包括師生和生生，焦點上包括程序技巧的熟練或概念探索的理解（Artzt & Armour-Thomas, 2002）等。互動方式的區分只是程度上的差別，而非全有或全無。數學問題的實施不僅可作為理解教師教學表現的基礎，也可以依此來探討對學生數學學習可能產生的影響。

三、相關的研究與啟發

要採用什麼類型的數學問題和實施方式對原住民學生的數學學習較有成效？或許可以從過去的相關研究獲得啟發。Boaler 和 Staples（2005）針對三所學生背景不同的高中，進行五年的追蹤研究。結果發現學生不同族群分佈最廣、大多屬於低收入家庭、而且數學表現明顯落後的 Railside 高中，由於教師堅信所有的學生都能有好的數學學習表現，積極的投入課程的設計，並且採用合作互動取向、以概念為主且高認知需求的開放性問題來進行教學（其餘兩所高中採取傳統且封閉性問題的教學取向）。實施一年後發現 Railside 與其他兩所高中學生的數學表現並無差異；實施兩年後，數學測驗的成績明顯高於其他兩所高中的學生，而且不同族群學生之間數學成績的落差最小，學生願意繼續修讀較深數學課程的人數是最多的，對數學學習的態度是也比較正向。

Gutstein (2003) 以拉丁美洲移民、低收入的工作階級、且位於都市學校的學生為對象，希望透過課程與教學的設計，來達成讓學生透過數學來瞭解世界、培養數學能力、以及改變學生對於數學的態度。為了達此目的，Gutstein 不但選擇了「情境數學」(Mathematics in Context) 的教科書，並且設計符合真實生活世界的數學問題來進行數學教學。實施兩年後，學生不僅能以多種方式呈現他們的解題方法，能有進行有效的溝通，能將所學的數學概念應用會延伸到其他領域，同時也發展了數學學習的信心與能力。

從上述兩個研究的結果來看，呼應了理論上對少數族群學生數學教學的主張，也有效的提升少數族群學生數學學習的表現（包含認知和情意）。意即，生活和文化融入的高認知數學問題，以及採用合作探索的互動方式，可以提昇少數族群學生的學習成效。不過徐偉民和楊雅竹（2009）的研究卻發現，當學生已經習慣解決簡單且有固定程序的數學問題，同時也習慣由教師告知解題方法時，採取高認知的數學問題和互動討論的教學取向，會受到學生已經建立的數學學習習慣的抗拒。雖然研究的發現並不完全一致，但除了讓我們瞭解到影響原住民學生數學學習因素的複雜外，也瞭解到教師所採用的數學問題和實施方式對學生數學學習影響的關鍵，這也是本研究之所以針對這兩個面向在探討的原因。

雖然教師在教室內所使用的數學問題是影響學生數學學習的關鍵，但過去研究也指出教師、學生和教室內的因素都會影響數學問題的實施（Henningsen & Stein, 1997），教師對於數學問題的選擇、使用和實施其實是一個複雜的考量歷程，這從過去教科書使用的相關研究中可以得到相類似的結論（Lloyd, 2008; Remillard & Bryans, 2004; Remillard, 2005）。因此，若能瞭解影響教師在數學問題使用和實施時考量的因素，對於原住民教師的數學教學表現，將會有更進一步的理解，並作為未來探討和原住民學生數學學習之間關係的參考。

參、研究方法

一、研究方法

教師數學問題的使用和實施，是一個複雜且高度個人化的歷程，同時目前原住民相關的研究也較少從數學問題使用的角度，來探討教師的數學教學。高度個人化的複雜歷程，以及初步探索的研究議題，使本研究決定採用個案研究的方法，針對一位服務於屏東縣原住民部落小學的教師，進行一年的觀察與訪談，以瞭解個案教師教室內數學問題使用的類型和實施方式，從這兩個面向來瞭解個案教師的數學教學，並試圖探討個案教師在數學問題使用和實施時考量的因素，除了回答本研究設定的研究目的外，也希望作為後續對學生數學學習可能影響的討論基礎。而過去針對少數族群數學教學相關研究的主張或發現，以及對於數學問題類型的分類、使用與考量因素的文獻，都將作為資料蒐集和分析時的參考。

二、研究對象

本研究對象是有 4 年教學經驗的陳老師（化名）。陳老師畢業於師資培育大學的幼教系，原來在幼稚園服務，通過考試後轉任到國小服務，目前擔任四年級導師。學校位於原住民部落地區，每個年級一班，共 64 位學生。陳老師班上有原住民學生 9 位，學生家長大部分是勞工階級，工作並不穩定。之所以選擇陳老師為研究對象，除了因為她在原住民部落的小學服務之外，最主要是她很有進修的動力，每年暑假都回到師資培育大學進行國小師資培育的學程進修，也有意願參與研究。陳老師也詢問研究者是否需要做些什麼準備，才能符合研究的需要。研究者除了向陳老師說明本研究的方向與目的外，也說明只需要依照平常的教學方式來進行即可，因為研究者想探討的是教室內教學的「實況」。同時研究者也說明觀察和錄影進行的方式，以儘量不干擾教學的實施為考量。

三、資料的蒐集

本研究蒐集資料的期間為 2006 年 9 月中至 2007 年 4 月底為止，主要是透過教學觀察錄影和訪談來蒐集資料。以下說明不同資料蒐集的方法與焦點，以及和研究目的之間的關係。

（一）教學觀察和錄影

爲了要瞭解陳老師教室內數學問題的使用和實施，所以採用教學觀察和錄影的方法來蒐集資料。同時爲了要讓陳老師與學生熟悉研究者的出現，所以在進行一個月的觀察後，才開始架設攝影機，並於 2006 年 10 月份後才開始錄影。錄影機架設和觀察的位置都在教室的最後面。在一學年的時間中，每週觀察錄影一至兩節課，扣除月考前 1 週的複習和月考週不錄，以及校內臨時的活動無法錄影，本研究共觀察錄影了 19 週，錄影的焦點包括教師在教室內呈現的數學問題、採用的活動和互動方式。觀察錄影的內容除了作爲日後資料分析的依據外，也作爲課後訪談的基礎，同時將觀察錄影的資料與理論上的定義做比較。

（二）訪談

訪談的進行有兩種方式，一是立即性的個別訪談。在陳教師教學完後，立即進行簡短的半結構式訪談，針對陳老師課堂的教學表現來進行訪談。例如：「您今天為什麼花這麼多時間讓學生熟練計算」、「為什麼不讓學生有發表和討論問題的機會」等，立即性訪談通常在下課時間進行，時間約 10-15 分鐘；二是定期性的訪談。每個月和陳老師進行一次定期的訪談，先播放當月陳老師一節的教學影片，針對其教學表現的部分，由研究者提問，或由陳老師自行說明。例如「您大部分採用一問一答的方式來進行互動，您最主要的考量為何」、「您反覆強調計算的熟練，是考慮到學生的能力或是其他因素」等。定期訪談的時間較長，含影片的觀看共約 1 個半小時，希望透過較長時間的訪談，並結合立即訪談的結果，來試圖瞭解陳老師在數學問題使用和實施時考量的因素，同時和過去研究的發現相對照，作爲日後討論或後續研究的基礎。

四、資料的處理與分析

本研究蒐集的資料包含教學觀察和錄影、訪談兩大類，每種類別的資料均轉錄成文字並進行編碼，編碼以「日期-類別」爲原則，而日期採「月-日」的方式呈現。編碼主要的目的是希望從歸類和統計的資料中，發現一些共同的概念或現象，作爲日後資料展示的依據。例如，從教學觀察和錄影資料中，蒐集陳老師教室內使用數學問題的類型和實施方式，根據

過去研究和文獻中的定義，對陳老師教室內使用的數學問題和實施方式進行分類和計數。不過在數學問題可能有不同的形式，包括操作、運算、觀察或分析等，而且進行的方式可能有教師講述、小組討論或其他等方式。但不管其形式或實施的方式為何，依據 Henningsen 和 Stein（1997）對數學問題的定義，只要該問題引發教室內師生一段共同工作的時間，而且在該段時間內學習或探索某一個數學概念，則將會被計數為「一個」數學問題。在數學問題的計數和歸類上，研究者邀請一位具有數學教育碩士的人員共同進行分析，先由研究者說明問題計數和歸類的標準，再針對個案教師的一節課轉錄內容進行各自的歸類與統計，針對不同計數與分類的結果進行討論與修正，取得共識後進行分析；從訪談的資料中，瞭解陳老師在數學問題使用和實施時考量的因素，並和錄影觀察的資料以及過去研究結果相比較，以對陳老師教室內的數學教學有更深入的理解。意即，本研究將從觀察、訪談、和過去研究文獻上的資料，採用持續比較的策略和類屬分析的方法，對本研究蒐集的資料進行比對、歸類、統計，然後歸納出整體的教學情況，以回答本研究所設定的研究目的。並希望透過不同資料間相互比較和校正的歷程，使分析的結果更具有有效性。本研究資料類別和研究目的之間的關係如表 2。

表 2 資料類別和研究目的之間的關係

研究目的	資料類別	教學觀察錄影	立即訪談與定期訪談	文獻中的定義與研究發現
1.數學問題使用的類型和實施方式		×		×
2.影響數學問題使用的可能因素		×	×	×

肆、研究結果

一、陳老師使用的數學問題類型和實施方式

（一）使用的數學問題類型

在教室內使用的數學問題上，由於陳老師大量的使用封閉式對話的方式（有固定答案的一問一答方式）進行教學，因此使得數學問題的計數產

生困難。一般的數學問題包含題幹（文字或圖形）和解題思考的歷程，這樣的結構可以作為數學問題基礎的標準；但是由於陳老師大量使用對話的方式，因此在數學問題的計數上，以陳老師「口述」數學問題，並要求學生「口述」回答、「上台示範」或「紙本練習」，將計數為一個數學問題。如果同一個問題，但是陳老師反覆以對話的方式來引導學生解題，則仍計數為同一個數學問題。例如：

T：請問 10 張 1000 元為多少呢？

S：一萬

T：請問四萬元有多少張 1000 元呢？

S：...（10，20，40 答案不一）

T：你認為 10，20，30 張的請舉手（沒人）？那你認為是 40 張的請舉手？

S：（全班同學都舉 40 張）（0912 觀察）

以此標準來計數陳老師在教室內使用的數學問題，並依據 Stein 等人對數學問題類別的定義來進行歸類，將屬於公式記憶、定義和一階單位換算（記憶方式）歸類為記憶型；直接測量和報讀、算式計算（應用固定程序）、和單步驟文字題（問題缺乏挑戰性）等問題，歸類為無連結程序型，此兩類均屬於低認知需求的問題；而兩步驟的文字題（選擇和決定）、開放性的觀察和比較（比較和評鑑）、強調表徵之間的連結（多重表徵）等問題，歸類為具連結程序型；而要求學生抽離複雜的情境並選用適當的策略和表徵的問題（瞭解意義和創造）則歸類為作數學，這兩類問題均屬於高認知需求的問題。在一學年 29 節課的觀察中，陳老師總共使用了 114 個數學問題，其中有 20 個記憶型問題（佔 18%）、78 個無連結程序的問題（佔 68%）、16 個具連結程序的問題（佔 14%）。整體來看，低認知需求的數學問題佔 86%，高認知需求的數學問題佔 14%，而且作數學類型的問題，則完全沒有出現。陳老師教室內使用數學問題的統計與舉例如表 3。

細部來看，在記憶型的問題中，最常出現的是關於一階單位換算的部份，包括位值的換算（0912 觀察）、長度的換算（0922 觀察）、重量的換算等（0105 觀察）等，共出現 14 題（佔 70%），其餘是屬於定義和公式解題（如面積和周長公式，1117 觀察）的問題；在無連結程序的問題

上，單步驟的文字題（30 題，佔 39%）、測量與報讀的問題（26 題，佔 33%）、單純的算式計算（22 題，佔 28%）三種類型出現的比率差不多，不過即使是單步驟問題或是測量問題，陳老師還是把焦點擺在計算的部份。例如：

T：如果有 48 人參加龍舟競賽，要吃便當，若一個便當為 108 元的話，這樣要花多少錢呢？

S：好了，很簡單。

T：那大家一起看黑板，一起算一下，因為還有人不會。（陳老師帶著全班一起算 108×48 的直式計算）...

T：我要在黑板上出練習題讓你們練習喔！（陳老師出了 245×15 , 618×70 , 469×18 , 738×60 等算式在黑板上，請學生上台演算檢討，花了 14 分鐘算式練習的部份。0320 觀察）

表 3 陳老師教室內使用數學問題的類型統計與說明

數學問題類型		比率	舉例
低認知需求	記憶型 (一階單位換算、公式記憶和定義)	20 (18%)	1. 60 公分是多少毫米呢？ 2. 請問誰會拿 $\frac{1}{3}$ 並且寫上 $\frac{1}{3}$ ？
	無連結程序型 (單步驟文字題、直接測量和報讀、算式計算)	78 (68%)	1. 請算出 $859-475$ 2. 一條手帕 20 元，80 元可以買幾條？
高認知需求	具連結程序型 (開放性觀察和比較、表徵的連結、兩步驟文字題)	16 (14%)	1. 四枝毛筆 100 元，一枝簽字筆 10 元，買一枝毛筆比買兩枝簽字筆貴多少？ 2. 甲 4cm，乙 20cm， $4 \times (\quad) = 20$ ， $20 \div (\quad) = 4$ 。請問 $\quad$ 的算式代表什麼意思？
	作數學 (抽離情境選用適當表徵)	0 (0%)	
小計		114 (100%)	

而在具連結程序型的問題中，出現最多是屬於開放觀察關係的問題（10 題，佔 62.5%），包括觀察數列的規律（0123 觀察）、觀察不同統計圖表的關係（0306 觀察）、或觀察算式間的關係等（0309 觀察），其餘是表徵之間的連結（4 題，佔 25%）與兩步驟的問題（2 題，佔 12.5%）

。有時即使是屬於關係察覺或表徵連結的問題，陳老師還是把焦點集中在計算的部份，而且透過封閉式的對話方式來進行，讓學生在老師高度的引導下進行解題。例如：

- T：請你們拿出 23（指古式積木），要這樣排喔，現在請你們拿出 10 個 23 出來...（此題目的要學生從積木排列和計數中，和乘法直式算則連結）
- T：老師現在請問你們喔， 2×3 表示加幾次？
- S：加 3 次
- T：那現在有 23 有 10 個話，那要怎麼算阿？
- S：用乘的
- T：所以是多少阿？
- S：23 乘以 10 等於 230
- T：那現在如果在多排 2 個 23 呢？
- S：12 個
- T：那如果現在要算的話，那要用加的加幾次呢？
- S：加 12 次
- T：表示是 23 的幾倍呢？
- S：12 倍...（此題總共進行 26 次一問一答的對話，1027 觀察）

（二）數學問題的實施方式

在數學問題實施的方式上，在觀察的 29 節課中，陳老師幾乎全部採用對話的方式（一問一答）來進行全班教學，而且對話的內容大部分屬於有固定答案的封閉性問題。例如：「如果有 200，那再加上 10 是多少？加 20 呢？30 呢？...」（0912 觀察）、「一公分有多少小格？那是多少毫米？」（0926 觀察）、「看一下黑板（寫出直式 $90 \div 30$ ），你們有沒有發現 $9 \div 3$ 等於多少？」（1219 觀察）、「你們做正方形的時候，邊有一樣長嗎？」（0410 觀察）。在對話的過程中，陳老師會不斷的問封閉式的問題，一直到下一個問題為止，偶而在過程中採用直接示範的方式進行，以加強學生的印象。例如：

- T：請同學看第 22 頁，先看第一個牙刷有幾個阿？垃圾桶呢？...
- S：79 個、185 個

T：老師現在要你們算一下大概要花多少錢？

S：267 元

T：你們沒有聽懂老師的話喔，老師是要你們「大概」算一下。請問這樣是多少呢？

S：200+100，所以是 300 元

T：好，那老師現在在白板上用直式算給你們看，....所以這樣瞭解了嗎？

S：瞭解...（繼續讓學生上台練習課本的題目，1003 觀察）

無論數學問題的類型為何，陳老師都採取相同的實施的方式：透過封閉式問題的對話來進行互動，而且沒有提供太多開放性的討論和探索的機會。即使使用的問題是屬於高認知需求的問題，例如出現次數最多的開放觀察關係的問題，陳老師還是透過封閉式的對話方式來進行，並且把需要探索和開放觀察的解題歷程，切割成密集對話來讓學生發現關係或成功解題，完成之後再出類似的計算問題來讓學生熟練，整個教學的焦點似乎在於強調計算的熟練。例如：

T：現在請大家看黑板（在黑板上寫出 $10 \times 1 = 10$,

$10 \times 2 = 20$... $10 \times 10 = 100$, $100 \times 1 = 100$, $100 \times 2 = 200$... $100 \times 10 = 1000$ ，此

題是希望學生發現關於"0"的乘法規律），那請問 $100 \times 15 = ?$

$1500 \times 1 = ?$ $1500 \times 2 = ?$

S：1500, 1500, 3000

T：那 $1500 \times 2 = 3000$, $1500 \times 3 = 4500$... $1500 \times 6 = 9000$...你們發現了什麼？

S：前面都有 5，都有 0....

T：再仔細看一下，有發現到什麼嗎？

SS：5，0，5，0 跳著

T：為何後面都有兩個 0

SS：.....

T：如果我寫這樣呢？（在黑板上寫出 1500×1 , 1500×2 , 1500×3 , 15×1 , 15×2 的直式算式，要學生比較）

S1：15 是 15×1 來的，30 是 15×2 來的，45 是 15×3 來的

T：好，S1 已經看出來了，好現在考一下你喔！（在黑板上寫出

$15 \times 6 = 90$, $1500 \times 6 = 9000$ 兩個直式算式）有沒有人看出來 1500 乘

以 7 怎麼算阿？S2 你知道嗎？

S2：1500 乘以 7 等於 10500

T：好，S1 呢？

S1：1500 乘以 7 的時候可以先看 15 乘以 7，出來之後再補兩個 0

T：現在每組同學在派一位同學上台寫（在黑板上寫出 1400×7 ,
 1400×6 , 1400×5 三個算式，1024 觀察）

若從數學問題的內容來看，陳老師採用的數學問題幾乎完全依照教科書的內容來進行教學，而且完成教科書的問題後，會改變數字來增加學生練習和熟練的機會。例如教科書中的問題是 23×12 ，陳老師完成後便繼續出 23×13 、 23×14 讓學生練習（061027 林觀察），這就是為什麼在課堂上呈現的數學問題數量遠超過教科書內數學問題數量的原因（教科書中共有 56 個數學問題，但陳老師用了 114 個問題學問題，其中 49 個問題教科書中完全一樣，7 個問題略作調整，但是目的相同），並且以對話的方式來呈現。若以一問一答為一組對話來計算，陳老師在 29 節課的觀察中，總共進行 580 組的對話，其中 511 組屬於封閉式的對話（即有固定且簡短的答案），佔全部對話的 88%；其餘的 12%則是請學生上台計算，或是在幾何和測量單元中要求學生進行觀察和實測的部分，包括「三角形和角度」（1017 觀察）、「周長與面積」（1110 觀察）、「統計圖表」（0306 觀察）、「長方體與正方體」（0330 觀察）等，陳老師才提供較開放性的問題讓學生觀察或操作後回答。而封閉式對話所佔的比例，和陳老師教學時使用低認知需求數學問題的比例（佔 86%）相當接近，因為低認知需求的問題通常透過記憶和固定程序來解題，所以偏向封閉式的對話來實施。甚至是屬於高認知需求的問題，陳老師也只提供「少數」開放對話的機會，大部分還是採用封閉式對話來進行，而且焦點在於計算程序的運用，減少學生解題時的思考和討論。例如：

T：日記本 3 本賣 105 元，若某人帶 50 元，請問夠買 1 本嗎？你覺得
你的答案對了嗎？請 2 位學生上台

S1： $50 - 105 \div 3 = 15$

S2： $105 \div 3 - 50 = 15$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 3 \overline{) 105} \\ \underline{9} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

A：夠買一本，剩下 15 元

$$\begin{array}{r} 35 \\ 3 \overline{) 105} \\ \underline{9} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ - 35 \\ \hline 15 \end{array}$$

A：夠，15 元

T：哪一個人的對？

S：S1，S2...

T：那大家一起看一下： $50-105\div3=15$ ，要先算什麼？

S：除的

T：所以 $105\div3=35$ ，然後呢？

S：再用減的

T：所以是 $50-35$ ，還是 $35-50$ 呢？

S： $50-35$

T：所以 S1 是對的...（0420 觀察）

二、陳老師在數學問題使用和實施時的考量

從陳老師訪談的資料，對照 Henningsen 和 Stein（1997）的研究發現，以及 Stein 等人（2007）的主張，發現陳老師數學問題實施時主要是考量到個人和學生兩方面的因素，以下針對這兩個面向來說明。

（一）個人的因素

在訪談的過程中，陳老師經常表示不知道如何引導一個數學概念。例如：「那個後面有 0 的阿！幾千幾百的我不太會引導！...」（1024 訪談）、「...我覺得我還蠻難去引入這一個互逆的關係啦！真的很難」（0309 訪談）等，所以陳老師在教學時感到很不順暢，或引導不出來，最後只好採取直接告知規則的方式來處理（1024、0309 觀察）。雖然偶而會參考教學指引的內容，來思考如何引導學生理解，但是發現教學指引中有一些「專有名詞」常讓她困擾（如連續量和離散量，1124 訪談），許多名詞是她第一次聽到，不僅要花很多時間才能瞭解，同時陳老師大都根據學生現場的表現來反應，不會完全依據指引中的建議。陳老師對於數學內容涉及的教學知識的熟悉程度，限制了其數學問題的實施。

...之前我看教師指引那一些東西，有一些什麼數詞，什麼東西那些，我就奇怪什麼數詞啊，反正有一些什麼名詞，我看了很久才瞭解，原來它在講什麼...（1108 訪談）

...我就是先教了之後然後一邊看他們的反應如何...再一邊看課本裡面是要怎麼引導的，可是我發現很難耶！因為小朋友他們都不知道該怎麼寫成算式填充題...。我發現會的還是會，不會的還是不會阿！...所以我只好直接跟他們講說乘的變除的，除的變乘的（0313 訪談）

...就是要讓他們去看到互逆的關係，乘除互逆阿！可是我一直搞不清楚什麼叫做乘除互逆？（0313 訪談）

雖然陳老師在研究進行前的訪談中表示，數學教學的焦點應在於「概念的澄清，概念的教學讓學生自己去建構」，而且數學學習應該要把每一個概念弄得非常清楚，就能夠達到「一通百通」的學習效果（0819 訪談）。意即，陳老師認為數學教學的核心應該在概念的理解，而概念的理解應該由學生主動的來建構。但是在研究正式開始後，和她實際的教學表現有很大的不同。從教室內使用的數學問題類型和實施方式，可以瞭解到陳老師使用的數學問題類型有 86% 是屬於低認知需求的問題（強調記憶和應用固定程序解題），而且在實施方式上都是以一問一答對話的方式來進行，並沒有提供學生太多探索和解釋的機會，而且有 88% 的對話屬於封閉式的對話內容。這樣的教學表現和在研究前所談到對於數學教學和學習的觀點有很大的落差。之所以會有這樣的教學表現，陳老師表示很大的原因是由於學生的數學學習表現落差很大，有的學生已經完全瞭解，無論你如何變化問題他都會解，但有的學生卻連基本的概念和能力都還不會（例如不會報讀時鐘，0116 訪談）。而且陳老師認為並非所有的人都需要學習高深的數學，數學學習最重要的是生活中的應用，所以陳老師的教學焦點都放在基本運算技巧和問題解決上（1124 訪談）。再加上陳老師認為數學只是七大學習領域的其中之一，不一定要要求所有學生都學得很好：「這麼多的領域又不是只有數學比較重要，跟得上就跟得上，跟不上就算了，不要勉強」（1117 訪談）。

R：所以老師您用的策略就是反覆的讓他們去練習吧！

T：因為我覺得對他們幾個來說，用講的他們大概也不懂吧！...為什麼不能只挑基本的做好就可以了！而且學生用到很難的步驟的地

方其實也很少... (1226 訪談)

(二) 學生的學習特性

陳老師在訪談中最常提及的，便是學生的學習特性對她教學的影響。陳老師表示她的學生具有程度落差大、學過容易忘、以及不願意思考等三種特性，這三種特性讓她覺得很挫折，不想再教下去 (1124、1227 訪談)。在程度落差的部分，班上有兩位程度特別好的學生，以前是班上的數學小老師，他們幾乎一講就會，但有的學生怎樣都學不會 (0105、0313 訪談)。程度好的可以自己預習，並正確完成課本上的習題，程度差的甚至連時間整點和半點的報讀都有問題 (0116 訪問)；在學過容易遺忘的部分，陳老師表示學生經常出現「早上學得不錯，下午或明天又全部歸零」的學習現象 (1103、1222 訪問)，而為什麼會有這樣的現象她也覺得很困惑。例如九九乘法早上背得不錯，下午或明天一抽問，又不會了 (1027 訪問)，所以使得他需要不斷的重複複習或重教；在不願意思考的部分，有的學生即使你提供教具讓他操作，希望他從操作中來進行思考或發現，他也不願意操作，只是坐在那裡發呆 (0929 觀察)，或是遇到文字題時，學生因為「懶得想」而亂湊數字 (0420 訪問)。

...可是他們可能回去以後或是下午就全部還給我了！像是星期二的時候，你早上來的時候他們不是算的很進入狀況嗎？可是下午之後就全部都歸零了 (1103 訪談)

感覺很不想教了，教不下去了！而且我昨天很沮喪，心裡就想說，這怎麼教阿！已經教不下去了！每次就是你每次教到最後面的時候他們就會混在一起 (1117 訪談)

...有兩個人是...那一種厲害到不能再厲害了，可是其他的人還是不會...。為什麼我們班懸殊這麼大？會的人就是你不管用什麼加減乘除他們都會，可是不會的就是你還是要花很多的時間去引導他們，然後他們還不一定搞的清楚... (0105 訪談)

學生的學習特性，不但影響陳老師數學問題實施的方式，以一問一答的方式來確定學生是否瞭解，同時也把焦點擺在偏向運算技巧熟練的部份：例如，在「加和減」單元中，陳老師請學生上台演算課本上的問題，並講解直式算則的注意事項後，便要求學生反覆練習不同的問題 (1003 觀

察)；在「乘法」單元中，提供代幣讓學生操作來瞭解並說明三位數乘一位數的直式算則後，便不斷的出題讓學生熟練三位數乘一位數，以及幾百或幾千乘以一位數的計算規則(1024 觀察)。甚至許多屬於高認知需求的數學問題，例如表徵的連結和兩步驟的文字問題，陳老師也沒有提供太多機會讓學生來進行探索、討論和推理，還是依然透過封閉式對話的方式，把解題的步驟切割成很多的細部，在對話的過程中完成解題，完成後就進行類似的問題的計算與熟練(1027、0420 觀察)，透過反覆練習的策略來改善學生數學表現不佳的現況(1103、1226 個訪)。陳老師表示自己過去的學習經驗也大都是老師講解規則，所以當她不知道如何引導學生瞭解某一整數 $\times 10$ 和 $\times 100$ 中「0」的規律，或是無法引導學生理解乘除互逆的概念時，採用直接告知規則的方式，並認為自己也是這樣學習過來的，所以沒有關係。

可是我覺得更難耶！我不知道那一邊怎麼引導，就是讓他們從那一邊倒回來的話，我會不知到要怎麼跟他怎麼講那一邊要補兩個0的那一種意義...他們應該不會想要去很瞭解...這樣我覺得也無所謂，因為答案出來就好了...因為像我們那個年代也是這樣阿！他也不會去教我們這一些比較快的方法(1024 訪談)

雖然在訪談的過程中，陳老師也表示學生缺乏來自家庭對於課業學習的協助和支持(隔代教養，0915 訪問)，以及數學教學時間不足造成的進度壓力(1124 訪問)，而對自己的教學有所影響，但是從教學觀察紀錄中卻無法確認這兩個層面的影響。對照陳老師在教室內使用的數學問題類型(以低認知需求數學問題為主)和實施方式(以封閉性對話為主)，以及陳老師在訪談中的內容來看，可以發現陳老師教室內數學問題的使用和實施，主要考量的是學生的學習特性，再加上本身對於數學概念所涉及的數學教學知識不熟悉(例如不知道如何引導乘除互逆的概念)，以及不知道如何解決學生程度落差大且學過即忘的問題，而且認為數學學習最重要的在於生活的應用，所以將數學問題的使用以低認知需求的問題為主，實施的方式以封閉性對話為主，且焦點在於基本運算的熟練。即使是高認知需求的數學問題，也透過細部的切割與對話，降低學生解決問題時的難度，使學生學習的焦點在於計算的程序熟練，而缺乏和概念與意義的連結。

伍、討論

在數學問題使用和實施考量的因素上，從過去數學課程使用的研究發現來看，影響教師數學課程使用或實施的因素，包括了教師本身、課程、所面對的學生和脈絡四層面的因素（Lloyd, 2008; Stein, et al., 2007）。Remillard（2005）甚至指出，影響數學課程實施的主要因素是來自教師個人因素和教科書特色兩者之間的互動結果。不過本研究發現，陳老師教室內數學問題實施時的主要考量是來自其所面對學生的學習特性，陳老師幾乎未提及教科書對其教學的影響，困擾他最大的是學生的學習特性。再加上個人對數學教學知識的不熟悉，以及對數學學習的定位，才呈現了他教室內數學問題使用和實施的樣貌。同時，也因為學生的特性和個人的因素，使得許多高認知需求的數學問題，以強調有固定答案的對話方式實施，降低問題解決的複雜性與挑戰性，強調的是程序的應用和計算。這樣的發現倒是和 Henningsen 與 Stein（1997）的研究發現相呼應，也呼應了不能單純只從數學問題的類型來判斷教師數學教學的主張，還必須瞭解數學問題的實施方式，才能瞭解教師教室內數學教學的面貌。

在觀察的 29 節課中，陳老師共使用了 114 個數學問題，平均每節課使用 3.9 個問題，如果教學的焦點在於計算的熟練，每節課所使用的數學問題的題數應該不只如此。這個結果最主要的原因是在於本研究對於數學問題計數的標準，因為採用 Henningsen 與 Stein（1997）的定義，所以在數學問題計數時，如果都是屬於同一個概念的學習（如三位數乘以一位數，1024 觀察），陳老師出了 3 題類似的計算問題讓學生練習，但在本研究中只計數為一題。這樣的情況經常出現在陳老師的教學中，在 29 節課中共有 17 節出現這樣的情況。雖然數學問題的計數有不同的標準與依據，但是從不同數學問題類型所佔的比例，以及數學問題主要的實施方式來看，可以瞭解到陳老師的數學教學和對於少數族群數學教學的主張有很大的不同，但是是否代表著其他原住民學校教師數學教學的情況？對原住民學生數學學習的表現會產生什麼樣的影響？這些都值得進一步地探討與研究。

陸、結論與建議

一、結論

本研究透過教學觀察錄影、訪談來蒐集資料，以教室內數學問題的使用和實施為焦點，來瞭解一位原住民部落小學教師的數學教學表現。結果發現，個案教師在教室內所使用的數學問題類型，有 86%是屬於低認知需求的數學問題，只有 14%的問題屬於高認知需求的問題；在數學問題的實施方式上，個案教師採取一問一答對話式的方式來進行，而且在所有對話的內容中，有 88%是屬於封閉式的對話內容，對話的焦點在於計算技巧的熟練的部份。封閉式對話內容所佔的比例和低認知需求數學問題的比例相接近，可見個案教師教學的焦點在於基本技巧的熟練。而個案教師在數學問題的使用與實施時，最主要考量的是學生學習特性的因素，包括學生的學習落差大、學過即忘等特性，讓她不知道如何解決學生的學習問題。再加上本身對於數學教學知識的不熟悉、以及對於數學學習的定位，使個案教師呈現以低認知問題、且以封閉式對話為主的實施方式。

二、建議

根據研究的發現，提出以下兩方面的建議，供未來研究者參考。首先，在原住民數學教學相關的議題上，本研究發現個案教師的教學表現，其實和過去研究的主張或教學改革的主張有一段不小的差距，但是這只是個案的獨特現象？或是大多數部落地區教師教學的情況？值得進一步探討，因為教師的教學表現是最直接影響學生數學學習的關鍵；其次，在教師數學問題實施時考量的因素上，本研究發現個案教師數學問題實施的主要考量的因素是學生的學習特性和教師個人，但是本研究只是個案研究，無法類推到其他個案。因此，日後可以針對不同背景、採用不同版本教科書以及位於不同部落地區的教師進行探討，以便對於數學問題使用和實施時教師考量的因素有進一步的理解。甚至可以進行量化的研究設計，來試圖釐清考量因素之間的互動關係，進一步作為未來探討影響原住民學生數學學習表現的基礎。

參考文獻

- 周德禎（2000）。排灣族國民小學與其社區互動關係之研究。屏東師院學報，13，353-371。
- 紀惠英（2001）。山地國小數學教室裡的民族誌研究。國立台灣師範大學教育心理與輔導研究所博士論文，未出版，台北。
- 徐偉民、楊雅竹（2009）。影響原住民學生數學學習的因素：從屏東縣部落小學的教學行動來看。台中教育大學學報：教育類，23（1），129-152。
- 陳枝烈（1997）。台灣原住民教育。台北市：師大書苑。
- 陳淑麗（2008）。國小弱勢學生課業輔導現況調查之研究。台東大學教育學報，19（1），1-32。
- 黃志賢（2006）。台灣泰雅族國中生數學教學模式之研究：活動理論的探討與實踐。國立台灣師範大學數學系博士論文，未出版，台北。
- 簡淑真（1998）。文化與數學學習關係初探：以蘭嶼雅美族為例。臺東師院學報，9，283-306。
- 譚光鼎、林明芳（2002）。原住民學童學習型態的特質--花蓮縣秀林鄉泰雅族學童之探討。教育研究集刊，48（2），233-261。
- Artzt, A. & Armour-Thomas, E. (2002). *Becoming a reflective mathematics teacher: A guide for observations and self-assessment*. NJ:Lawrence Erlbaum.
- Barnes, M. B., & Barnes, L. W. (2005). Using inquiry processes to investigate knowledge, skills, and perceptions of diverse learners: An approach to working with prospective and current science teachers. In A. J. Rodriguez & R. S. Kitchen (Eds.), *Preparing mathematics and science teachers for diverse classrooms: Promising strategies for transformative pedagogy* (pp.61-86). NJ: Laurence Erlbaum.
- Becker, J. P., & Selter, C. (1996). Elementary school, practices. In A. J. Bishop et al. (Ed.), *International handbook of mathematics education* (pp.511-564). Netherlands: Kluwer Academic.
- Bishop, A. J. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 179-191.

- Boaler, J. & Staples, M. (2005). *Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside school*. Retrieved August 15, 2008, from <http://www.stanford.edu/~jobolar/equitable.pdf>.
- Cohen, D. K., & Peterson, P. L., Wilson, S., Ball, D., Putnam, R., Prawat, R., Heaton, R., Remillard, J., & Weimers, N. (1990). *Effects of state-level reform of elementary school mathematics curriculum on classroom practice*. Retrieved Feb 18, 2009, from <http://ncrtl.msu.edu/http/rreports/html/pdf/rr9014.pdf>
- Cowan, P. (2006). *Teaching mathematics: A handbook for primary and secondary school teachers*. London: Routledge.
- Cummins, J. (1986). Empowering minority students: A framework for intervention. *Harvard Educational Review*, 56(1), 18-36.
- Ernest, P. (1998). A postmodern perspective on research in mathematics education. In Sierpinska, A & Kilpatrick, J. (Ed.), *Mathematics education as a research domain: A search for identify*, pp.71-85, Netherlands: Kluwer Academic.
- Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and mathematics education. In Bishop, A. J. et al. (Ed.) *International handbook of mathematics education*, pp.909-943, Netherlands: Kluwer Academic.
- Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73.
- Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhabit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.
- Hudson, P. & Miller, S. P. (2006). *Designing and implementing mathematics instruction for students with diverse learning need*. MA: Allyn and Bacon.
- Kilpatrick, J., & Silver, E. A. (2000). Unfinished business: Challenges for mathematics educator in the next decades. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Eds.), *Learning mathematics for a new century* (pp.223-235). VA:

Reston.

- Leonard, J. & Dantley, S. J. (2005). Breaking through the ice: Dealing with issues of diversity in mathematic and science education course. In A. J. Rodriguez & R. S. Kitchen (Eds.), *Preparing mathematics and science teachers for diverse classrooms: Promising strategies for transformative pedagogy* (pp.87-117). NJ: Laurence Erlbaum.
- Lloyd, G. (2008). Curriculum use while learning to teach: One student teacher's appropriation of mathematics curriculum materials. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(1), 63-94.
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving*, New York: Freeman.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. VA: Reston.
- Remillard, J. & Bryans, M. (2004). Teachers' orientations toward mathematics curriculum materials: Implications for teacher learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 352-388.
- Remillard, J. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricular. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. NY: Academic press.
- Silver, E. A., Mesa, V. M., Morris, K. A., Star, J. R., & Benken, B. M. (2009). Teaching mathematics for understanding: An analysis of lessons submitted by teachers seeking NBPTS certification. *American Educational Research Journal*, 46(2), 501-531.
- Stein, M., Smith, M., Henningsen, M., & Silver, E. (2000). Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development. NY: Teacher College.
- Stein, M., Remillard, J., & Smith M. (2007). How curriculum influences student learning. In Frank K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.319-369). Gweenwich, CT: Information Age.