

探討不同黏度、濃度、表面張力的液體 旋轉時轉速對焦距的影響

李冠瑩

屏東縣立大同高中物理科教師

國立屏東教育大學數理教育研究所研究生

摘要

研究者擬利用雷射光的直線性及單束光較容易觀察與測量的性質，設計裝置來探討液體旋轉時的焦點位置及其影響機制。設計可改變轉速與測量焦距的裝置；探討液態水旋轉時轉速與焦點的關係，並驗證推導的原理。探討不同黏度、不同濃度、不同表面張力的液體旋轉時對焦距的影響。實驗過程中，本實驗設計的平台在控制轉速與測量轉速方面有好的效果與方便性，因此本設計對於測量旋轉液體之焦距與轉速間的關係是可行的。實驗中發現轉盤轉速越快時，雷射筆反射會聚的光線越低，亦即旋轉液體形成之拋物面的焦距越小，拋物面越明顯。實驗結果呈現轉速平方與焦距的倒數是線性關係，與推導出的公式很吻合。加入的糖或鹽越多時，旋轉液體形成之拋物面的焦距會越大，可見液體之黏度與濃度有影響。實驗所得之相關係數 R^2 非常高，表示研究所測得的黏度與焦距以及濃度與焦距之關係圖，數據之間成線性的相關性極高。未來將試著改用其他溶液來進行表面張力對旋轉液體的拋物面焦距的影響。

關鍵詞：旋轉、液體、拋物面、焦點、轉速

壹、研究動機

旋轉液體實驗常被用於演示驗證離心力的存在和作用，但一般旋轉液體的實驗裝置只能進行定性或半定量的觀察，實驗內容也較有限。如利用洋菜加在液體中，令其旋轉之後凝結量出焦點（84 年全國科展物理科第一名作品）。但是這是在靜態中測量，對於旋轉時動態的焦點則無法得知。高中物理第二冊第十二章提到可以利用凹面鏡反射光線來聚焦，應用在日常生活中極廣，但是若讓鏡面旋轉時焦距如何？搜尋碩博士論文發現相關研究甚少，只有尋獲 99 年陳欣揚碩士論文「發散型旋轉液體薄膜的理論分析」。

綜合上述研究者擬利用雷射光的直線性及單束光較容易觀察與測量的性質，設計裝置來探討液體旋轉時的焦點位置及其影響機制。期能對旋轉液體的光學性質更進一步了解。

貳、研究目的

- 一、設計可改變轉速與測量焦距的裝置。
- 二、探討液態水旋轉時轉速與焦點的關係，並驗證推導的原理。
- 三、探討不同黏度、不同濃度、不同表面張力的液體旋轉時對焦距的影響。

（本研究所使用的濃度是根據高中化學的重量百分濃度，其定義為『每 100 公克的溶液中含有溶質的公克數；黏度定義為『黏滯力是流體受到剪應力變形或拉伸應力時所產生的阻力。在日常生活方面，黏滯像是「黏稠度」或「流體內的摩擦力」。因此，水是「稀薄」的，具有較低的黏滯力，而蜂蜜是「濃稠」的，具有較高的黏滯力。簡單地說，黏滯力越低（黏滯係數低）的流體，流動性越佳。黏滯力是黏性液體內部的一種流動阻力，並可能被認為是流體自身的摩擦。黏滯力主要來自分子間相互的吸引力。例如，高粘度酸性熔岩產生的火山通常為高而陡峭的錐狀火山，因為其熔

岩濃稠，在其冷卻之前無法流至遠距離因而不斷向上累加；而黏滯力低的鎂鐵質熔岩將建立一個大規模、淺傾的斜盾狀火山。所有真正的流體（除超流體）有一定的抗壓力，因此有黏性。沒有阻力對抗剪切應力的流體被稱為理想流體或無粘流體。」（以上摘錄自維基百科）。此部分內容在高中流體力學與大一普通物理學完全沒有提及，所以研究者認為以一般人的普遍認知，糖加越多的水越黏的想法來詮釋黏度，雖然不是那麼專業，但似乎比較符合一般人的直覺）

參、研究原理

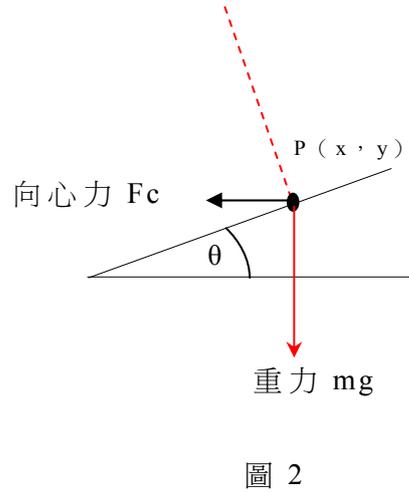
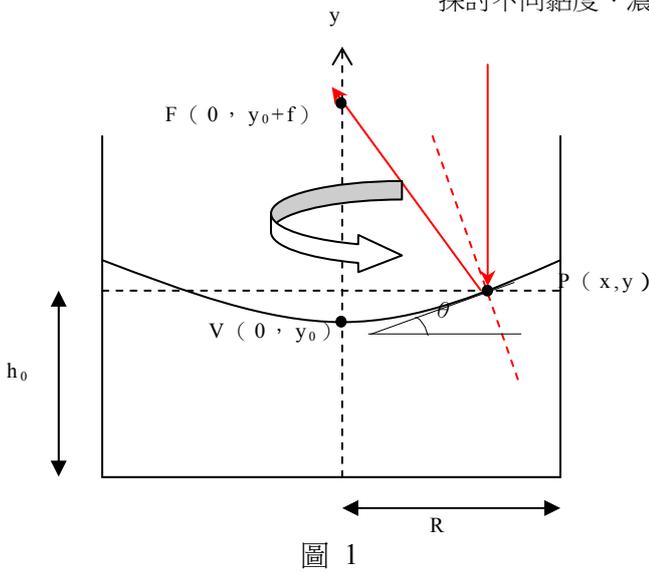
當一個盛有液體、半徑為 R 的圓柱形容器殼，若圓柱體的對稱軸以角速度 ω 等速穩定轉動時，液體的表面將成為拋物面如圖 1。 x 軸為水平方向， y 軸為垂直方向，液體表面任一點 $P(x, y)$ 的切線方向與水平面的夾角為 θ ， θ 滿足

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta = \frac{F_c}{mg} = \frac{\omega^2 x}{g} \dots\dots\dots (1)$$

【其中 g 是重力加速度，而 $F_c = m \frac{v^2}{x} = m \omega^2 x$ 】

將（1）式兩邊乘以 dx ，並對兩邊積分可得

$$\int dy = \frac{\omega^2}{g} \int x dx$$
$$y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + y_0 \dots\dots\dots (2)$$



由於旋轉前液體體積 $\pi R^2 h_0$ 和旋轉後液體體積 $\int_0^R y(2\pi x dx)$ 相同，可得：

$$\pi R^2 h_0 = \int_0^R y(2\pi x dx) = 2\pi \int_0^R (y_0 + \frac{\omega^2 x^2}{2g}) x dx = \pi y_0 R^2 + \frac{\omega^2 R^4 \pi}{4g} \dots (3)$$

移項整理可得

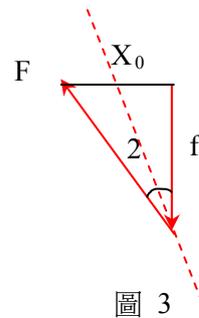
$$y_0 = h_0 - \frac{\omega^2 R^2}{4g} \dots \dots \dots (4)$$

旋轉液體的表面是一拋物面，滿足方程(2)，所以可以將旋轉的液體看成一個光學成像系統，當入射光平行於該曲面對稱軸時，反射光將全部會聚於焦點 $F(0, y_0 + C)$ ，如圖 3 所示，當 θ 很小時

$$f \tan \theta = \frac{x_0}{2}$$

$$f = \frac{x_0}{2 \tan \theta} = \frac{x_0}{2 \omega^2 x_0 / g} = \frac{g}{2 \omega^2}$$

【其中 $\tan \theta = \omega^2 x_0 / g$ 】



所以焦距 f 為

$$f = \frac{g}{2\omega^2} \dots \dots \dots (5) \text{ 【此即轉速與焦點之數學關係式】}$$

肆、研究裝置

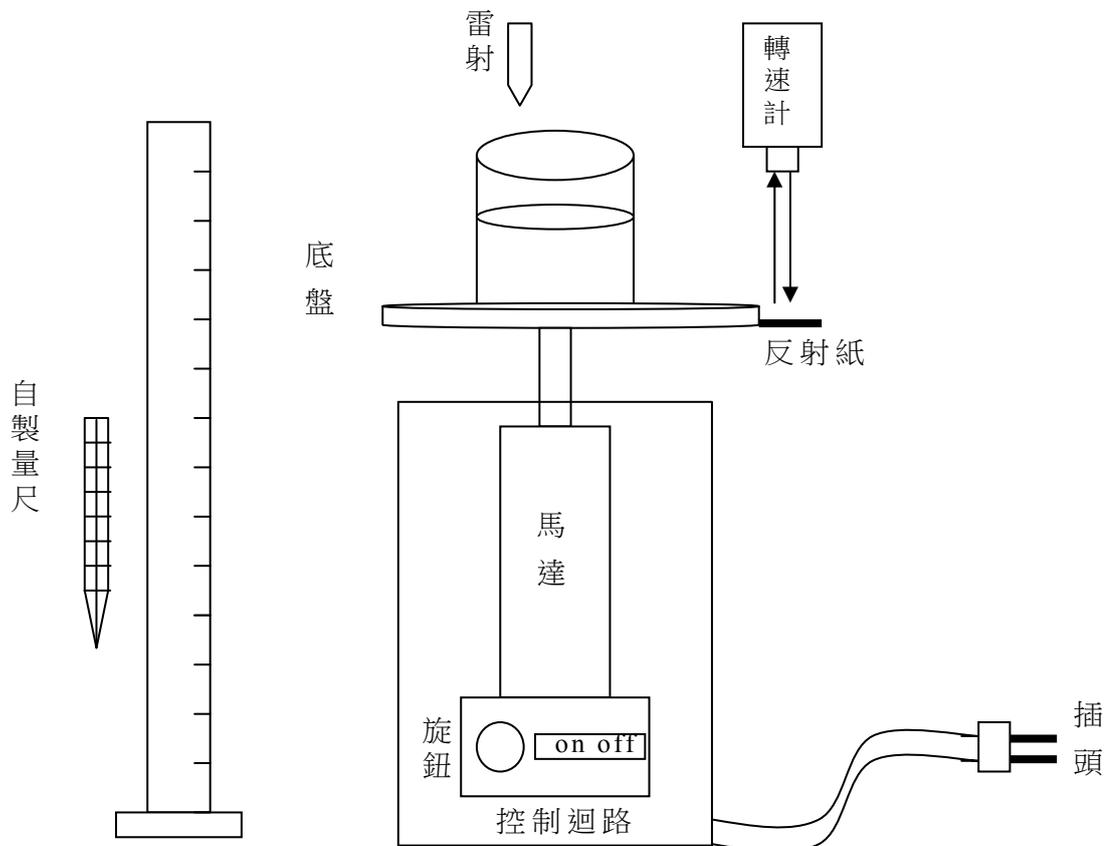


圖 4

說明：

- 1.如圖 4 所示，此裝置是花了許多時間才設計組裝完成的。只要把插頭接上室內 110 伏特的插孔，即可用控制迴路來控制馬達，使其 on 或 off，也可以旋鈕來調整馬達轉速的快慢。
- 2.旋轉馬達中心軸附有可固定的螺絲，藉以固定底盤與上方的塑膠容器，以避免其晃動。
- 3.底盤邊的反射紙用來反射轉速計所發出的光線，以達到測量轉速的目的。
- 4.雷射筆可以發出紅色的光線，當光射到液體表面時會反射，再利用自製的量尺來量測旋轉液體曲面的焦距即可。

伍、研究器材

電腦、馬達、控制開關、轉速計、塑膠容器、雷射筆、自製量尺、水平儀、量杯、電子天秤、水、糖、鹽、酒精。

陸、研究過程

【研究過程一】設計可改變轉速與測量焦距的裝置

- 1.一開始時是打算把壞掉的電風扇拆下來，取其馬達來改造（如圖 5 所示），因為電風扇有數段變速，實驗也需要改變轉速來觀測液體，所以就著手把壞掉的電風扇拆解下來，取下馬達以及控制轉速的迴路裝置；後來實驗時發現風扇馬達馬力太小，不足以轉動容器與容器內的水，所以試著到高雄市長明街上找尋適用的馬達來改裝。
- 2.找到了一個小馬達，如圖六所示，問過老闆如何設計電路使馬達可以改變轉速（原先電風扇的控制迴路，轉速只有固定的三段，希望能改用旋鈕來手動控制轉速），這顆小馬達可以轉動小杯的容器，但是有個很嚴重的問題，小馬達轉個十來圈後就會發燙變熱，試著用小風扇來吹，試著改用非密閉的盒子裝馬達，都無法改善此問題，而且小馬達驅動的能力依然不足，礙於實驗安全的考量，所以只好忍痛放棄這顆小馬達，試著想想其他辦法。
- 3.之後在塩埕區買到了一顆較大的馬達以及控制迴路，這顆馬達馬力可真是超強，大瓶汽水放在它上面依然轉動的十分順暢，而且轉動很久馬達也不會變燙。
- 4.原本以塑膠容器之塑膠蓋為固定底盤用來承載容器與液體，但是發現此底盤並不牢固，轉動時容易產生晃動；改用牛奶罐的蓋子，效果稍稍改善一點，但是仍不理想；最後用便當分隔盤來試試，發現效果相當好。
- 5.要將底盤打孔與馬達固定也是一門學問，試過用電鑽，結果不易瞄準打孔，最後發現用鐵釘打孔可以打的相當準確。
- 6.後來為了方便實驗的進行，找來塑膠方形容器把馬達與控制迴路通通裝在裡面，如圖 7 所示。

探討不同黏度、濃度、表面張力的液體旋轉時轉速對焦距的影響

7. 接著在底盤邊上貼一反光紙，以利轉速計光訊號的反射接收，而馬達轉動的十分順暢，所得轉速經過測量為一固定值。
8. 為了測量上的方便，也設計了兩把量尺來測量實驗數據，一把用來點出焦點位置，一把用來判讀焦點位置以求出焦距。實驗裝置齊全，便開始進行實驗了。
9. 實驗時發現平台在快速運作時會產生振動，因此在實驗時應予固定，以避免干擾實驗。
10. 在實驗過程中發現此平台在控制轉速與測量轉速方面有良好的效果與方便性，因此本設計對此實驗而言應是可行。
11. 在底盤上塗上一層薄薄的墨汁使之變成黑色，可以改善原本金屬面所反射的光線強度，使實驗判別上精確許多；因為原本入射光、反射光與折射光等許多光線，容易干擾實驗之進行，將底盤塗成黑色後會吸收掉折射部分的光線所以可以較精確地進行實驗。
12. 實驗時最好在光線較不明亮的環境中進行，可以較清楚的辨識折射光與反射光；但是卻又不可以在完全無光的暗室中進行，因為那樣將無法判讀實驗數據。



圖 5



圖 6



圖 7

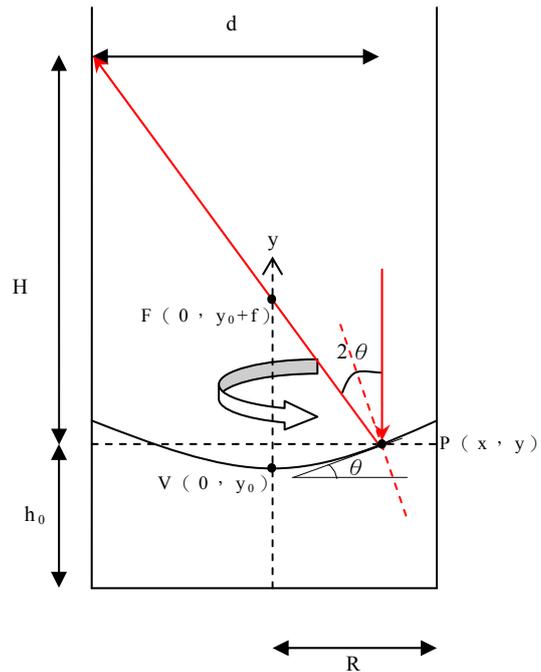


圖 8

【研究過程二】液態水旋轉時轉速與焦點的關係

(一) 研究步驟

1. 調整氣泡水平儀，保持平台水平。
2. 打開馬達電源。
3. 調整轉速開關，使系統開始旋轉。
4. 調整雷射光豎直射入並反射至自製量尺上，使在尺上出現光點。
5. 由屏幕上雷射光點，讀出高度並將馬達電源關掉，將數據紀錄於表 1。
6. 重複步驟 1 到步驟 5 兩次，求出平均值。
7. 調整不同轉速多次，重複步驟 1 到步驟 6。
8. 繪出轉速與焦點分布圖並討論之。
9. 改用不同圖案的雷射筆螺帽重複步驟 1 到步驟 7。

(二) 數據分析討論

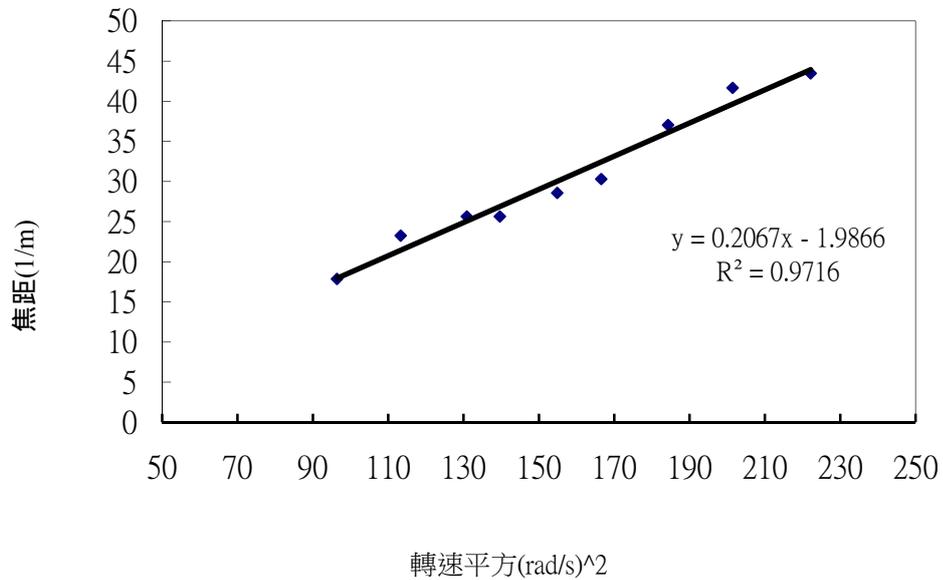


圖 9 轉速平方與焦距關係圖

數據分析與討論：

1. 從圖 9 知轉速平方與焦距的倒數可說是線性關係，相關係數已高達 0.9716，若與推導出的公式 (5) 相比較，可說是很吻合由此驗證推導出的公式 (5) 是正確的。
2. 從圖 9 方程式 $y = 0.2067x - 1.9866$ 知斜率是 0.2067

$$\text{由公式 (5) } f = \frac{g}{2\omega^2}, \text{移項得 } \frac{1}{\omega^2} = \frac{2}{g} = \text{斜率}$$

$$\text{由理論值代入斜率應為 } 2 \div 9.8 = 0.2041$$

$$\text{百分誤差} = \frac{0.2067 - 0.2041}{0.2041} \times 100\% = 1.28\%$$

再次印證理論與實驗相吻合。

3. 實驗中發現轉盤轉速越快時，雷射筆反射會聚的光線越低，亦即旋轉液體形成之拋物面的焦距越小。

- 4.改用有不同圖案的雷射筆螺帽來進行實驗，本來預料反射的圖案在屏幕上會呈現放大、縮小或變形的情形，但是經由實驗發現，反射的光線幾乎是會聚在一點上，如圖 10、圖 11 所示；研究者認為由於經過雷射筆射出的光線都是平行光束，平行光射到旋轉液體所形成之拋物面後，會聚焦在焦點，所以觀察的現象才會是反射光線會聚成一點；此現象一來顯示雷射筆的確是良好的直線光源，更證明了旋轉液體所形成的曲面的確是拋物面，可以將平行光束聚焦在焦點處。

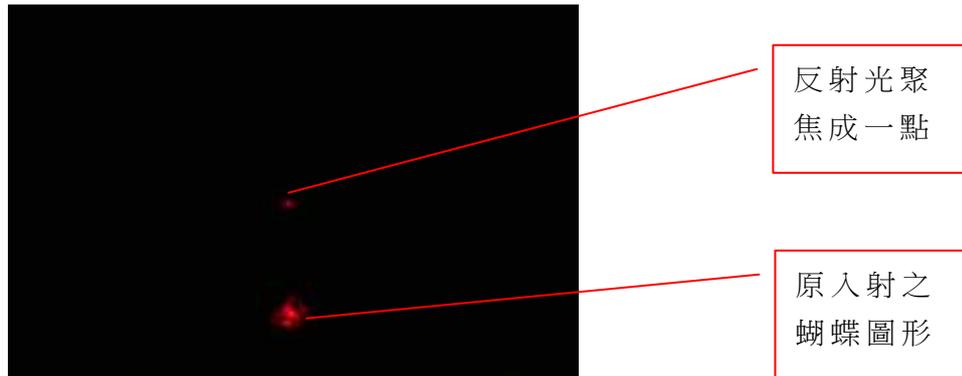


圖 10

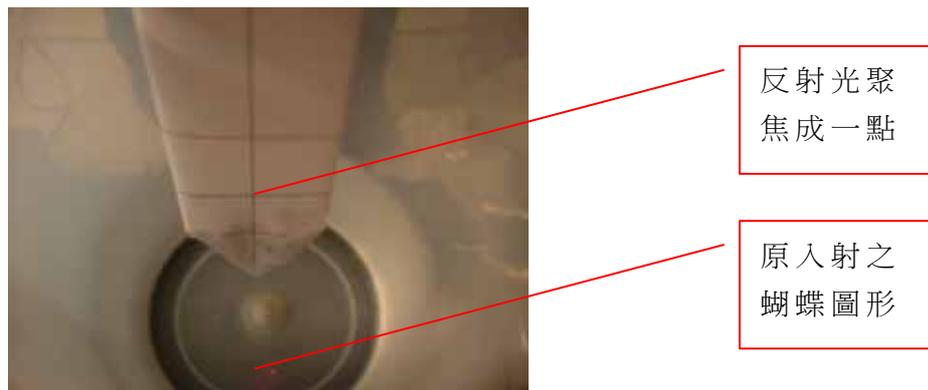


圖 11

- 5.實驗有誤差表示在量度轉速 ω 與測量焦點 f 的準確性上不夠精確。但是轉速是用轉速計測量的，且所得數值相當穩定，故推論誤差主要是來自於焦點 f 的測量上。
- 6.要改善測量的準確度，應該要多取幾組實驗數據，在測量焦點 f 時要注意量尺一定要保持鉛直，一定要等到反射光點穩定時再量取焦點位置，才能夠得到較佳的測量結果。【雷射筆相當耗電，最好多準備幾顆

探討不同黏度、濃度、表面張力的液體旋轉時轉速對焦距的影響

電池，以備不時之需；且每次測量之前先以三用電表測量電池電壓，電壓不足的電池就換掉，不要中途更換電池造成更大的誤差】。

7.是否還有其它變因也會影響轉速與焦點之關係，接著試著改變其他變因來探討。

【研究過程三】探討不同黏性的液體旋轉時對焦距的影響

(一) 研究步驟：將水改用不同量的糖加水，其餘步驟同過程二

(二) 數據分析討論

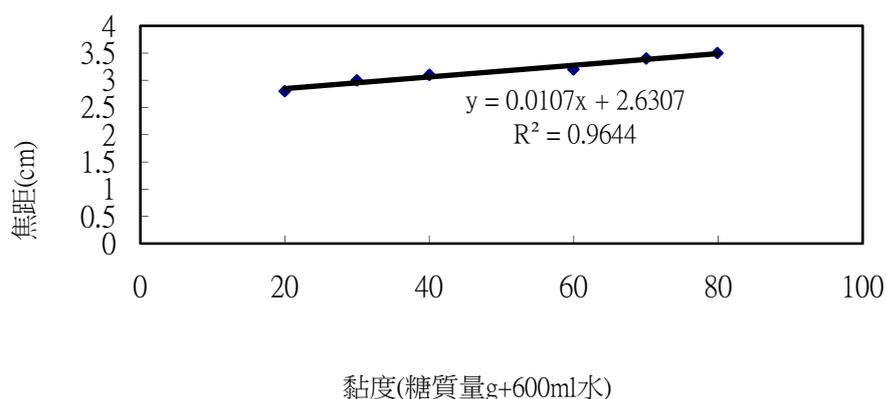


圖 12 黏度與焦距的關係

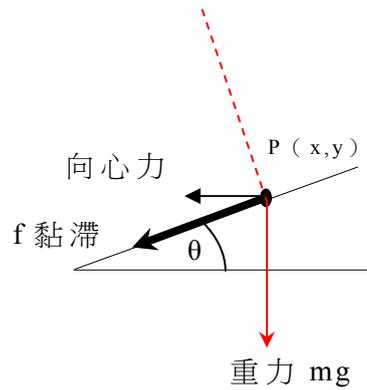
數據分析與討論：

1.由圖 12 知，當所加的糖越來越多時，焦距越來越大，可見液體之黏滯力是有影響，分析其原因在定性部分應為越黏代表分子越緊密結合在一起，當光線射到液體表面時，反射角度變小，所以焦距變大。定量

部分原公式應修正為 $\frac{dy}{dx} = \tan\theta = \frac{F_c + f \cos\theta}{mg + f \sin\theta}$ 【 f 表示黏滯力】，其

中當 $\theta < 45^\circ$ 時，表示其在水平方向之分量較鉛直方向分量多，所以黏滯力造成之影響是角度 θ 變小，亦即焦距 f 變大，意味著液體更難形成拋物曲面。

探討不同黏度、濃度、表面張力的液體旋轉時轉速對焦距的影響



2. 研究發現轉盤轉速越快時，旋轉液體形成之拋物面的焦距也是越小，亦即液體形成的拋物曲面越明顯。
3. 原本使用太白粉和水混合來進行此實驗，以探討黏滯力之影響，但是發現太白粉水溶液在穩定旋轉後會沉澱在容器底部，造成混合液不均勻，實驗所測得的數據當然也就慘不忍睹，後來改用不同比例的糖與水混合溶液就克服了太白粉的問題。
4. 至於液體之濃度如何？將改變液體濃度再實驗看看。

【研究過程四】 探討不同濃度的液體旋轉時對焦距的影響

- (一) 研究步驟：將水改用不同量的鹽加水，其餘步驟同過程二
- (二) 數據分析討論

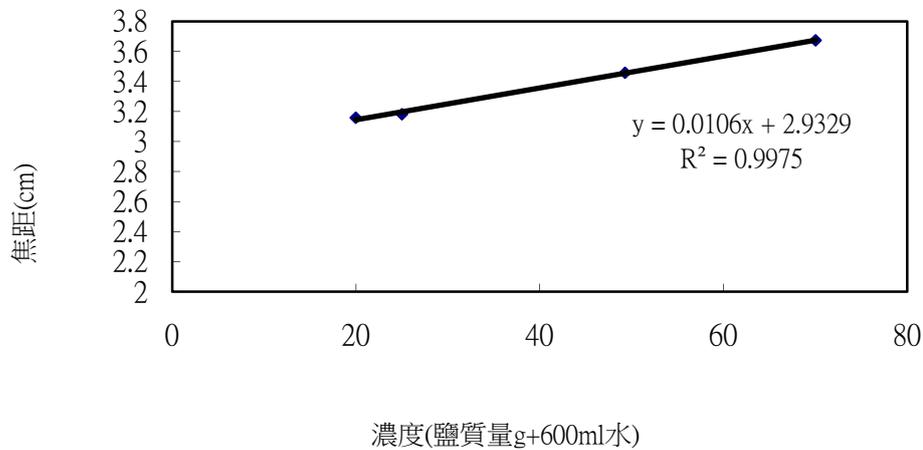


圖 13 濃度與焦距的關係

分析與討論：

- 1.由圖 13 知，當所加的鹽越來越多時，焦距越來越大，可見液體之濃度是有影響，分析其原因在定性部分應為溶液濃度越濃，代表分子之間的作用力使分子更緊密結合在一起，當光線射到液體表面時，反射角度變小，所以焦距變大。濃度造成之影響是反射角度 θ 變小，亦即焦距 f 變大，意味著液體更難形成拋物曲面。
- 2.研究發現轉盤轉速越快時，旋轉液體形成之拋物面的焦距也是越小。
- 3.實驗所得之相關係數 R^2 都在 0.9975，非常高，表示所測得的濃度與焦距之關係圖，數據之間成線性的相關性極高。

【研究過程五】 探討不同表面張力的液體旋轉時對焦距的影響

- (一) 研究步驟：將水改用不同量的酒精加水，其餘步驟同過程二
- (二) 數據分析討論

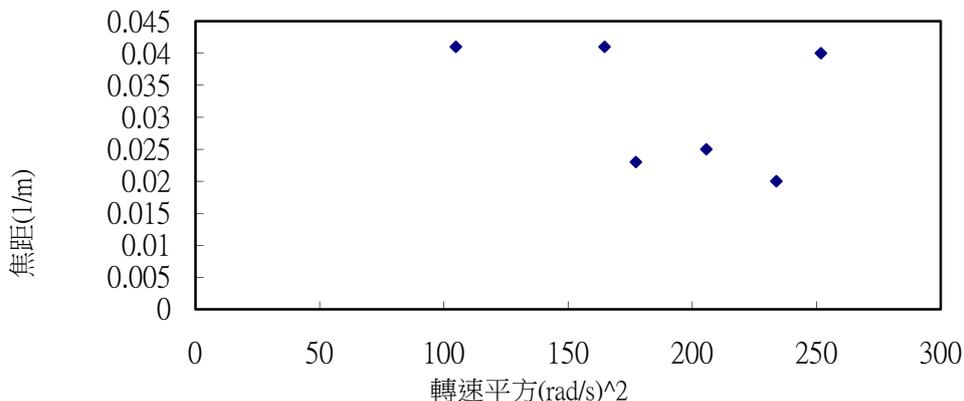


圖 14 轉速平方與焦距關係圖

分析與討論：

- 1.原本要探討液體表面張力對焦點與轉速之影響，設計了用不同比例的水和酒精混合來實驗，但是實驗發現所測得的轉速與焦距之數據相關性極低。
- 2.原來酒精在旋轉時揮發掉了，以至於混合液體中的酒精含量一直在改變，所以所測得的數據才會相關性極低。

3. 由此實驗可以知道，要量測表面張力對旋轉液體的影響，所選擇的液體不可使用容易揮發的液體，否則實驗的同時，液體也一直在揮發，造成溶液表面張力也一直在改變。
4. 以後將試著改用其他溶液來進行表面張力對對旋轉液體的拋物面焦距的影響。

柒、結論

1. 在實驗過程中，此平台在控制轉速與測量轉速方面有良好的效果與方便性，因此本設計對於測量旋轉液體之焦距與轉速間的關係而言，是可行的。
2. 實驗中發現轉盤轉速越快時，雷射筆反射會聚的光線越低，亦即旋轉液體形成之拋物面的焦距越小，拋物面越明顯。從圖 9 知轉速平方與焦距的倒數是線性關係，若與推導出的公式 (5) 相比較，可說是很吻合由此驗證推導出的公式 (5) 是正確的。從圖 9 程式得百分誤差 = $\frac{0.2067-0.2041}{0.2041} \times 100\% = 1.28\%$ ，印證理論與實驗相吻合。
3. 所加入的糖或鹽越來越多時，旋轉液體形成之拋物面的焦距會越來越大，可見液體之黏度與濃度有影響，分析其原因在定性部分應為黏度或濃度越大，代表分子越緊密結合在一起，當光線射到液體表面時，反射角度變小，所以焦距變大，液體就越難以形成拋物面。就黏度定量部分原公式應修正為 $\frac{dy}{dx} = \tan \theta = \frac{F_C + f \cos \theta}{mg + f \sin \theta}$ 【 f 表示黏滯力】，其中當 $\theta < 45^\circ$ 時，表示其在水平方向之分量較鉛直方向分量多，所以黏滯力造成之影響是角度 θ 變小，亦即焦距 f 變大，意味著液體更難形成拋物曲面。實驗所得之相關係數 R^2 非常高，表示研究所測得的黏度與焦距以及濃度與焦距之關係圖，數據之間成線性的相關性極高。用不同比例的水和酒精混合來實驗，以探討液體表面張力對焦點與轉速之影響，實驗所測得的轉速與焦距之數據相關性極低，原因是酒精在旋轉時揮發掉了，以至於混合液體中的酒精含量一直在改變，所以所測得的數據才會相關性極低。未來將試著改用其他溶液來進行表面張力對對旋轉液體的拋物面焦距的影響，或是試著將容器密閉使酒精不易揮發，惟如此需重新考量測量焦距

探討不同黏度、濃度、表面張力的液體旋轉時轉速對焦距的影響

的方法，未來可再深入探討改良實驗設計。

捌、未來展望

本實驗涉及多方面物理基本概念，內容十分豐富。實驗者可以通過觀測液面對應於不同轉速的形狀和變化，定性地體會離心力的存在和作用；利用旋轉液體的表面是拋物面這一特徵，研究旋轉液體這一光學成像系統，尋找凹面鏡 f 與轉速 ω 的關係，利用此凹面鏡觀測不同轉速下的成像情形。

能夠改良此實驗，多增加一些液體或容器的特性來當作變因（如液體的分子內聚力、不同材料的附著力、摩擦力等對其之影響），整個實驗就更縝密了。考慮不同的材質的容器來探討，也是值得進一步研究的地方。未來將把研究重心放在增加變因來探討轉速與焦點的部分，及一些現象的更深入探討。傳統工業是以磨製的方法製造拋物面鏡，假使能將此技術推展到工業上的應用，對於未來天文學的研究將更有很大的進展與幫助。設計使之融入物理教學實務的作法，是教師可把此研究當作補充教材，讓學生知道有這樣不同於課本的新方式，可以用來製作拋物面，鼓勵學生思考各種新的可能。

玖、參考資料

- 一、李怡嚴（1993）。**大學物理學**。台北市：東華書局。
- 二、林明瑞（2003）。**高級中學物理上冊**。台南市：南一書局。
- 三、連坤德、陳忠志（2002）。**基礎物理（全）**。台南市：翰林出版事業。

拾、附錄

表 1 轉速與焦點的關係

	水		600ml 約略 600g		
	ω (rpm)	ω (rad/s)	f (cm)	ω^2 (rad/s) ²	1/f (m ⁻¹)
1	93.8	9.817733	5.6	96.3879	17.8571
2	101.7	10.64460	4.3	113.3075	23.2558
3	109.3	11.44007	3.9	130.8752	25.6410
4	112.9	11.81687	3.9	139.6384	25.6410
5	118.8	12.43440	2.8	154.6143	35.7143
6	118.9	12.44487	3.5	154.8748	28.5714
7	123.3	12.90540	3.3	166.5493	30.3030
8	129.7	13.57527	2.7	184.2880	37.0370
9	135.6	14.19280	2.4	201.4356	41.6667
10	142.4	14.90453	2.3	222.1450	43.4783
11	145.5	15.22900	2.5	231.9224	40.0000

表 2 求出在相同轉速下，不同黏性的液體對焦距的關係

黏性 (糖加水)	轉速 ω (rad/s)	焦距 f (cm)	ω^2	1/f (m ⁻¹)
19.994 克 + 600ml	9.89100	3.9	97.8319	0.2564
$\omega = 11.680$	11.68080	2.8	136.4411	0.3571
f (cm) = 2.8	13.94160	2.2	194.3682	0.4545
	15.17667	1.9	230.3313	0.5263
29.976 克 + 600ml	10.56087	3.8	111.5320	0.2632
$\omega = 11.680$	11.32493	3.2	128.2540	0.3125
f (m) = 3.0	11.77500	3.1	138.6506	0.3226
	12.63327	2.2	159.5995	0.4545
	13.83693	2.0	191.4606	0.5000
	14.55913	1.9	211.9683	0.5263
40.018 克 + 600ml	10.92720	3.6	119.4037	0.2778
$\omega = 11.680$	11.78547	3.2	138.9000	0.3125
f (m) = 3.1	12.75887	2.6	162.7888	0.3846
	13.35547	2.5	178.3686	0.4000
	14.14047	2.0	199.9529	0.5000
	15.08247	1.9	227.4809	0.5263
59.956 克 + 600ml	10.36200	4.3	107.3710	0.2326
$\omega = 11.680$	11.39820	3.7	129.9190	0.2703
f (m) = 3.2	12.25647	2.8	150.2211	0.3571
	13.25080	2.4	175.5837	0.4167
	14.26607	2.0	203.5208	0.5000
	15.03013	1.8	225.9048	0.5556
70.042 克 + 600ml	14.25560	2.2	203.2221	0.4545
$\omega = 11.680$	12.90540	2.7	166.5493	0.3704
f (m) = 3.4	12.40300	3.0	153.8344	0.3333
	11.52380	3.5	132.7980	0.2857
	11.00047	3.7	121.0103	0.2703
	12.64373	2.9	159.8639	0.3448

探討不同黏度、濃度、表面張力的液體旋轉時轉速對焦距的影響

79.887 克 + 600ml	11.40867	3.4	130.1578	0.2941
$\omega = 11.680$	12.42393	3.1	154.3540	0.3226
$f (m) = 3.5$	13.32407	2.6	177.5308	0.3846
	15.09293	1.8	227.7965	0.5556
	15.31273	1.8	234.4797	0.5556

表 3 求出在相同轉速下，不同濃度的液體對焦距的關係

黏性 (鹽加水)	重量百分濃度	轉速 ω (rad/s)	焦距 f (cm)	ω^2	$1/f$ (m^{-1})
19.983 克 + 600ml	0.033305	10.69693	3.8	114.4243	0.2632
$\omega = 11.680$		11.48193	3.2	131.8347	0.3125
$f (m) = 3.1579$		12.42393	3.0	154.3540	0.3333
		12.87400	2.4	165.7399	0.4167
		14.31840	2.0	205.0166	0.5000
		15.03013	1.8	225.9048	0.5556
25.008 克 + 600ml	0.041680	10.79113	3.6	116.4485	0.2778
$\omega = 11.680$		11.6494	3.2	135.7085	0.3125
$f (m) = 3.1953$		12.95773	2.4	167.9028	0.4167
		14.29747	3.2	204.4176	0.3125
		14.90453	1.8	222.1450	0.5556
34.919 克 + 600ml	0.058198	10.65507	3.4	113.5305	0.2941
$\omega = 11.680$		11.67033	3.0	136.1966	0.3333
$f (m) = 2.9975$		12.44487	2.8	154.8748	0.3571
		13.47060	2.4	181.4571	0.4167
		14.40213	2.1	207.4213	0.4762
		15.00920	1.9	225.2761	0.5263
39.874 克 + 600ml	0.066457	11.42960	2.7	130.6358	0.3704
$\omega = 11.680$		12.01573	2.5	144.3778	0.4000
$f (m) = 2.6146$		12.90540	2.5	166.5493	0.4000
		13.62760	2.2	185.7115	0.4545
		14.93593	1.8	223.0820	0.5556
44.3667 克 + 600ml	0.073945	10.5504	3.8	111.3109	0.2632
$\omega = 11.680$		11.40867	3.1	130.1578	0.3226
$f (m) = 3.0511$		12.51813	2.8	156.7036	0.3571
		13.54870	2.1	183.5673	0.4762
		13.70087	2.5	187.7138	0.4000
		14.72660	2.0	216.8727	0.5000
49.2887 克 + 600ml	0.082148	11.41913	3.6	130.3965	0.2778
$\omega = 11.680$		12.15180	3.2	147.6662	0.3125
$f (m) = 3.5288$		12.95773	2.4	167.9028	0.4167
		13.35547	2.3	178.3686	0.4348
		15.05107	1.6	226.5347	0.6250
		16.35940	1.3	267.6300	0.7692
70.029 克 + 600ml	0.116715	11.76453	3.5	138.4042	0.2857
$\omega = 11.680$		12.10427	2.8	146.5134	0.3571
$f (m) = 3.5498$		13.06240	2.6	170.6263	0.3846
		13.10427	2.7	171.7219	0.3704
		14.58007	2.0	212.5784	0.5000
		14.90453	1.9	222.1450	0.5263

探討不同黏度、濃度、表面張力的液體旋轉時轉速對焦距的影響

80.018 克 + 600ml	0.133363	10.33060	4.3	106.7213	0.2326
$\omega = 11.680$		10.61320	4.1	112.6400	0.2439
$f (m) = 3.9212$		11.80640	3.1	139.3911	0.3226
		12.16227	3.2	147.9208	0.3125
		12.56000	2.9	157.7536	0.3448
		13.65900	2.3	186.5683	0.4348

表 4 求出在相同轉速下，不同表面張力的液體對焦距的關係

表面張力 (酒精加水)	轉速 ω (rad/s)	焦距 f (cm)	ω^2	$1/f$
60ml 酒精 + 600ml 水	12.83213	4.1	164.6636	0.2439
$\omega = 11.680$	14.33933	2.5	205.6165	0.4000
$f (m) = 3.1579$	15.29180	2.0	233.8391	0.5000
	10.23640	4.1	104.7839	0.2439
	15.86747	4.0	251.7765	0.2500
	13.31360	2.3	177.2519	0.4348