

乘除互逆概念學習之探討

王秋芳¹、謝碧雪²

¹臺南大學教育學系研究生、²臺南大學應用數學系教授

摘要

本研究旨在探討國小三年級學童在解乘除文字題時，以一貫性的乘法策略解所有的乘除文字題，亦即每一題乘除文字題皆以乘法算式填充題列式並以直式算則（含乘法及除法）解出答案。讓學童經驗、察覺、並歸納互逆概念的完整性。研究者依據乘除互為反運算的概念自編教材，透過實驗教學的方式，將乘除概念同時學習。本研究以研究者任教的班級為實驗班，學生人數 26 人，取同校同年級班級為對照班，人數 30 人。實驗結果，實驗班後測成績 87.46，對照班 76.93， p 值為 0.044，顯示實驗班在解乘除文字題之能力表現是高於對照班的，「以乘法策略解乘除文字題」的教學策略確實可提升學生的解題能力。再者，實驗班延後測的平均分數是 89.61， t 值（後測-延後測）為 -2.15，相依樣本 t 檢定之 p 值為 0.34，大於 0.05，顯示此實驗教學具有學習保留效果。再深入研究，發現學童的解題能力能延伸至五年級「怎樣列式」單元。研究者進行研究的同時，並對學童進行訪談，了解其乘除互逆概念學習的完整歷程。

關鍵字：乘除互逆、乘法策略、國小三年級

壹、緒論

本研究針對國小三年級課程中的乘除文字問題，進行實驗教學，一方面讓學童了解數學是從生活情境中衍生而來，與日常生活息息相關，另一方面以一套簡單的乘法策略，即可處理所有的乘除文字題。尤其對文字題不再心生恐懼，遇到題目即可經由題意提出假設，列出乘法算式填充題，再透過直式算則解出答案。

一、研究動機

學習，必須與舊經驗連結，經由舊經驗—心靈影像（*schema*）的連結，再與新概念同化、調適，而建立新概念（謝淡宜，1990）。要學好數學，仰賴學生在各課題的學習，最後都能收斂連結為對數學的整體感或直覺，以作為下一個課題學習的基礎（教育部，2007），因此，鞏固舊經驗是學習的基石。當課程加深加廣時，輕鬆易懂的學習經驗，將帶來勇於挑戰新概念的學習態度，且有效的學習方式有助於學習的發展。

乘除概念在國小課程佔一席之地，是學習分數、小數、因數倍數、面積、體積、比率、速率、機率的基礎，而三年級是學習乘除概念的關鍵時刻。因此研究者參考三年級學童在乘除法解題歷程之相關研究，以了解學童解題錯誤之原因，其中，林碧珍（1991）在「國小學童乘除法應用問題之認知結構」研究中，發現學童解決乘除文字題的難易取決於對應用問題的瞭解。還有鄭秋定（2002）針對國小二、三、四年級學童對整數除法問題的解題策略研究，發現國小二、三年級學童在乘法算式填充題方面，有混淆乘式意義的情形。加上陳瓊瑜（2002）在對「國小三年級數學學習困難學生乘法應用問題解題歷程之研究」中，發現國小三年級學童在解決乘法應用問題的困難主要在問題整合與解題執行兩個階段，以上說明了三年級學童在解決乘除問題方面有整合題意和執行解題上的困難。再者，美國數學教師協會（NCTM，1989，2000）所出版的「中小學課程及評鑑標準」提到，「數學即是解題」，解題是小學數學教育的重要課題。基於上述因素並擬降低三年級學童在處理乘除問題可能面臨的困境，研究者選擇三年級乘除法教學作為研究主題，依循乘除互為反運算且可連結的特性，以乘法策略處理乘除文字題進行實驗教學，以探討學童的學習成效。

二、研究目的與問題

據上述研究動機，本研究擬了解三年級學童經由此一實驗教學，在解決乘除文字題能力是否提升？學習之保留效果如何？同時透過訪談來了解學童如何經驗、察覺並歸納乘法策略處理乘除文字題？據此，提出以下三個研究問題：

- (一) 實施以乘法策略能否提升三年級學生處理乘除文字題的能力？
- (二) 實施以乘法策略處理乘除文字題的學習保留效果如何？
- (三) 學童如何以乘法策略成功地處理乘除文字題？

延伸研究：爲了讓學童了解「以乘法策略處理乘除文字題」對學童在數學學習上的幫助，研究者進一步將五年級「怎樣列式」單元課本或習作中的題目（如附件二），在完成實驗後給實驗班學生作答，以了解「以乘法策略處理乘除文字題」是否能解出五年級該單元的問題，依此提出第四個研究問題。

- (四) 實施「以乘法策略處理乘除文字題」能否解五年級「怎樣列式」的問題？

三、名詞釋義

乘法策略：所謂乘法策略即是以乘法的算式填充題處理所有乘或除的文字題。

貳、文獻探討

一、國小乘除法教材之編排

根據國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域（教育部，2003），二年級初步經驗乘法情境的問題，並建立「倍」的概念與理解其乘法的意義。藉由認識九九乘法表，以運用它來察覺乘法交換律及解決乘法問題。並引入平分與分裝的除法情境文字題，以初步理解除法的意義並解決生活中的問題。三年級則引入乘法直式算則，讓學童順利解決數字較大的乘法問題。而在除法上，則運用 \div 、 $=$ 等符號做除法的橫式紀錄。除了讓學童經驗除法直式算則之外，也透過具體情境的體驗，認識與了解乘除互逆的關係。因此，在二、三年級乘除法教材的安排上，是先乘法、再除法、然後認識乘除互逆關係。

二、兒童認知發展與數學學習

皮亞傑 (Piaget, 1970) 認為認知發展是決定學習能力的必要條件，有效的學習能協助培養兒童的認知發展。他將兒童的認知發展分成四階段，依序為感覺動作期、準備運思期、具體操作期和形式操作期。在準備運思期 (2 到 7 歲)，兒童沒有邏輯思考能力，到具體運思期 (7 到 11 歲)，藉由具體物來運作數學邏輯思考，而且理解可逆性和守恆理論。

再者，數學解題並非僅具有相關的計算能力及數學知識就能解決，還需要解題和探究策略，因為成功解題的決定性因素在於解題者是否擬出一套可行的策略 (楊瑞智, 1994)，只有選擇正確的策略才能達成解題的目標，故解題策略常常是解題成功與否的重要因素之一。

Polya (1945) 在其著作「怎樣解題」(How to solve it) 中，將解題歷程分為四個步驟：1.了解問題；2.擬定問題；3.實施計畫；4.回顧，藉此協助解題者順利完成解題。劉秋木 (1996) 研究證據顯示，適當的解題策略教學，可以提高學童解題能力。

三年級學童正處於具體運思期前期，因此研究者依據 Polya 的解題歷程，設計一套簡單的乘法策略處理乘除文字題，以改進學童的解題能力，幫助他們有效的學習，確實理解乘法、除法的意義，以及乘除互逆的概念，精湛的掌握乘除互逆概念，利於學童進入下一階段的發展。

三、乘除學習相關研究

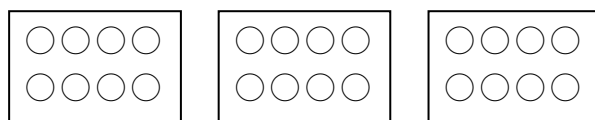
有關乘除文字題解題的研究中，劉淑倩 (2005) 研究國小四年級學童使用乘的分解紀錄在乘除文字題解題表現，發現「乘的分解紀錄教學」對提升學童乘除互逆的學習具有顯著成效，並具有學習保留效果。可見，以乘法策略處理乘除文字題以達到乘除互逆概念的學習方式是可以嘗試的。「乘的分解紀錄教學」舉例如下 (引自劉淑倩, 2005)：

有 24 塊餅乾，分裝在盒子裡，8 塊餅乾裝一盒，可以分裝成幾盒？把你的做法記下來。學生的紀錄如下：

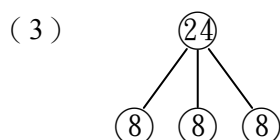
- 1.橫式紀錄： $8+8+8=24$
 $8\times 3=24$
 $24\div 8=3$

2.直式紀錄

3.圖像紀錄：(1)



(2) $(8) (8) (8)$



(4) 其他

(若未出現圖像紀錄者，將由老師引入)

余旭姿 (2009) 考慮乘、除概念同時教學以進行概念連結，依據的理由：

- 1.就概念的關連性而言，乘、除是互逆概念，在同一問題的解答過程，因題目要求不同才有乘法與除法不同的處理方式。
- 2.就乘除運算的相關性而言，乘、除互為反運算，此可由九九乘法表看出。既是反運算，就應該將反運算背後的互逆概念呈現出來，讓學童將運算的互逆與概念的互逆二者產生連結，加深學童對乘除互逆概念的理解。
- 3.就教材的編排而言，低年級將加減法概念編入同一單元中，藉情境的引導來學習加減之間的互逆關係，而同樣具有互逆關係的乘除法，理當也能利用概念連結的方式學習。
- 4.就教學現場的觀察而言，學童在面對綜合乘法和除法文字題時，通常會面臨不知道要用什麼方法解題的困境，即使用對解題策略但卻不知其所以然。因此，教師除了具有乘除概念可連結一起教學的觀念，教材的內容也應該順應乘除概念可連結的特性進行設計，學童在面對乘除文字題時所遭遇的問題才得以改善。
- 5.就連結概念而學的優點而言，將乘、除概念連結一起學，可以簡化乘除互逆概念的理解，同時符合概念學習的一致性、連結性和不互相衝突等特質。

汪雅惠 (2010) 研究「以經驗察覺與歸納配合後設認知策略對多類型乘除題型的概念連結與教學之解題歷程及成效之研究」中提到，乘法與除法分開進行教學，對學童概念的學習而言，無形中增加概念理解的思考空間，也浪費學習的時

間，同時不容易將乘法與除法做概念上的連結，形成了乘法是乘法，除法是除法的獨立概念，造成往後在學習新單元時，又須重新學習來建立新概念，這種片段的學習方式無法讓學童建立深刻的互逆概念。當學童遇到不同類型問題時，因無法產生連結而找到正確的解題策略。且於期刊中也有多篇關於乘除問題的探討，如林原宏（1995）、呂玉琴（1998）、周筱亭和黃敏晃（2002）等。

由此可見，學生有系統的學習數學概念，整合學習互為反運算的概念，如此，學童才能理解概念彼此之間互逆關係。同時，概念清楚且有效率的學習對學童而言才是有意義的。

綜合上述相關研究，乘除文字題的教學可同時進行。

參、研究方法

本研究將乘除文字題一併以乘法策略處理。也就是乘除文字題均以乘法算式填充題列式，再以直式計算出答案。目的在簡化學生學習乘除法的過程，並達到乘除概念連結的學習。實驗結果分析質量並重。

一、教學設計與流程

以下為實驗班的教學活動設計，先布題並引導學生了解題意，再列出乘法算式填充題，最後以直式算則解出答案。內容分成（一）乘法教學、（二）乘數未知的乘法問題、（三）被乘數未知的乘法問題、（四）被除數未知的除法問題、（五）除數未知的除法問題、（六）兩步驟計算。對於商數未知的情形，直接以直式除法處理。底下以除數未知的除法問題為例，說明如下：

表 1 實驗班教學活動設計

<p>※布題：72 個蘋果，要裝成每盒一樣多，每盒裝幾個時，才能剛好分裝成 8 盒？請列出乘法算式填充題，並把做法用直式記下來。</p> <p>1.協助兒童釐清題意。(了解問題)</p> <p>①全部有 72 個蘋果。</p> <p>②每盒裝幾個時，剛好分裝成 8 盒。</p> <p>2.根據題意，每盒裝幾個時，剛好分裝成 8 盒？則假設每盒裝□個時剛好分裝成 8 盒。</p> <p>(擬定問題)</p> <p>3.每個裝□個時，剛好分裝成 8 盒，則可列式為$\square \times 8 = 72$ (實施計畫)</p> <p>4.所以$\square = 72 \div 8$ (實施計畫)</p> <p>5.利用直式除法解出答案為 9 個。(實施計畫)</p> <p>6.將答案 9 放入算式填充題驗算，得到$9 \times 8 = 72$ (回顧)</p>

註 1.依據教學現場觀察，未知數採□是避免學童計算時將()當成兩個 1。

註 2.活動設計()內的說明部分為採用 Polya 的解題步驟。

本研究的整個流程細分成五個階段，分述如下：

- 1.實驗教學：實驗教學以實驗班為主，對照班則進行一般教學，兩班即依南一版教材內容進行教學，授課時間相同，均為 7 節課，每節 40 分鐘。
- 2.後測：在進行實驗教學後即接受「乘除解題能力測驗」正式施測，施測對象包括實驗班和對照班，施測時間一節課，40 分鐘。
- 3.訪談：在每次實驗教學並完成該單元學習單之後進行。
- 4.延後測：為了探討學童的學習保留效果，於後測一個月後，再予「乘除解題能力測驗－延後測」施測，期間未對施測題目進行討論，以期提高研究的嚴謹度。延後測僅限於實驗班學童。
- 5.延伸研究：延後測之後一星期，對實驗班學童進行「怎樣列式」施測，作為延伸研究的成效表現。

二、研究對象

實驗班學生人數 26 人，對照班學生人數 30 人，所屬學校採常態編班（以 S 型方式編班）。實驗班與對照班教師的學歷都是大學畢業，教學經驗分別為 19 年及 17 年。以下為實驗班與對照班三年級上學期數學科期中考成績之比較。

表 2 實驗班與對照班三年級上學期數學科期中考分數之敘述性統計

	人數	平均數	標準差
實驗班	26 人	88.2	7.8
對照班	30 人	88.5	10.3

由表 2 資料得到獨立樣本 t 檢定，p 值為 .221，顯示實驗班與對照班實驗的起始點能力並無顯著差異。

三、研究工具

(一) 後測試題

本研究根據能力指標（註）與實驗教學內容，編 20 題預試題目，請專家學者、工作同仁、研究夥伴三角檢定，以符合專家效度，再依難度和鑑別度標準，篩選出 15 題，做為正式試題，施測時間 40 分鐘。選題標準為：試題難度在 0.3 ~ 0.8 之間，且鑑別度高於 0.3 以上的題目與予保留，分析結果保留 15 題，試題難度介於 0.43 和 0.85 之間，平均難度為 0.7，且鑑別度介於 0.3 和 0.86 之間。再將試題依能力指標進行雙向細目檢驗，以符合內容效度（如表 3）。修正完成後，再找一班進行預試，得到信度 α 值為 0.783，故可成為正式後測試題（如附錄一）。

表 3 後測試題之雙項細目表

能力指標 \ 題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v
2	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v
3			v		v		v	v			v	v	v	v	v
4			v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v
5	v	v		v	v	v	v		v	v				v	v
6				v	v	v	v			v				v	v
7	v	v		v	v	v	v		v	v				v	v

註：1.能將具體情境中的單步驟問題列成算式填充題。
 2.能解釋算式填充題與原問題情境中的關係。
 3.能理解乘法的意義。
 4.能解決生活中簡單整數倍的問題。
 5.能理解除法的意義。
 6.能理解整除、商、餘數的概念。
 7.能在具體情境中，認識乘除互逆。

(二) 延後測試題

延後測的試題是依據後測的試題而來，類型及題型大致不變，只針對題目中的文字敘述和數字做改變，作為實驗班測試學童學習保留效果的試題。

(三) 學習單

實驗班與對照班均提供課後學習單以增加學習成效，並做為訪談問題依據。

(四) 訪談紀錄表

以「半結構式訪談紀錄表」(如表 4) 為研究過程做記錄。

表 4 半結構式訪談紀錄表

半結構式訪談紀錄表
1.你可以看懂題目的意思嗎？
2.由題目中，你可以看出已知資料有哪些嗎？
3.這個題目你如何設立未知數嗎？
4.你會怎麼列出乘法算式填充題？
5.同樣是乘法算式填充題，你如何判斷要乘法直式計算或是用除法直式計算呢？
6.那你怎麼知道你算對還是算錯呢？
7.遇到類似的問題，你會簡化計算過程嗎？
8.你能設計類似的題目嗎？

四、資料蒐集與分析

(一) 資料的蒐集

本研究蒐集的資料，在量化部分，有實驗班與對照班二班後測成績，以及實驗班延後測的成績。在質化部分，則有學生的訪談紀錄。

(二) 資料的分析

- 1.依據實驗班與對照班之後測成績，以獨立樣本 t 檢定檢測研究問題一：「實施以乘法策略能否提升三年級學生處理乘除文字題的能力？」。
- 2.依據實驗班後測及延後測成績，以相依樣本 t 檢定檢測研究問題二：「學生實施以乘法策略處理乘除文字題的學習保留效果如何？」。

- 3.透過訪談，一方面記錄學童理解的過程，並檢視學童學習的困境與迷思概念。藉此以探討研究問題三：「學童如何以乘法策略成功地處理乘除文字題？」。

肆、研究結果與討論

一、國小三年級學童「以乘法策略處理乘除文字題」之表現

依據實驗班與對照班的後測成績，先做簡單的描述性統計分析（如表 5），再進行獨立樣本 t 檢定，以了解「以乘法策略處理乘除文字題」是否可提升學童的解題能力。

表 5 實驗班與對照班後測成績描述性統計

	班級	人數	平均數	標準差
後測成績	實驗班	30	87.46	2.55
	對照班	26	76.93	4.21

由表 5 資料顯示，實驗班與對照班學童在處理乘除文字題能力上的表現是有差異的，實驗班的平均分數是 87.46，標準差為 2.55；對照班的平均分數是 76.93，標準差為 4.21，由此可見，實驗班的答對率（得分）高於對照班，且分數的分布情形亦比對照班更為集中，實驗班的學童在「乘除解題能力測驗」的表現上優於對照班，經由獨立樣本 t 檢定，p 值為 0.044，小於 0.05，兩者間的差異達到顯著水準，由此回答研究問題（一）實施以乘法策略能否提升三年級學生處理乘除文字題的能力。

二、「以乘法策略處理乘除文字題」學習保留效果之表現

依據實驗班的後測與延後測成績，先做簡單的描述性統計分析（如表 6），再進行相依樣本 t 檢定，以了解「以乘法策略處理乘除文字題」是否具有學習保留效果。

表 6 實驗班後測與延後測描述性樣本統計分析

		人數	平均數	標準差	平均數的標準誤
實驗班	後測成績	26 人	87.46	13.02	2.55
	延後測成績	26 人	89.61	14.87	2.49

由表 6 的資料得知，後測平均分數是 87.46，延後測的平均分數是 89.61，顯示延後測成績明顯高於後測成績。又由相依樣本 t 檢定之 p 值為 0.34，大於 0.05，未達顯著，顯示實驗班的學習成效具保留效果。由此回答研究問題（二）實施以乘法策略處理乘除文字題的學習保留效果如何。

三、後測與延後測答題表現之比較

為深入了解學童的學習成效，將學童分高分組、中分組、低分組三部分，分別選出三位代表，比較學童在後測與延後測作答方式之差異情形，為簡化篇幅，各以一位為代表作描述。

表 7 學童後測與延後測答題方式之比較

		學童的答題過程和表示方式	
		後測	延後測
高分組代表			
	說明：	<p>1. 後測時有設立未知數，延後測省略設立未知數。</p> <p>2. 後測時有注意單位量和單位數的位置，延後測時忽視單位數和單位量的位置。</p> <p>3. 後測與延後測解題技巧一致。又由 1.2. 的說明，顯示「以乘法策略處理乘除文字題」已成為高分組學童之心靈影像。</p>	

		學童的答題過程和表示方式	
		後測	延後測
中 分 組 代 表	<p>5. 工人鋪路，一星期可以鋪 403 公尺，8 個星期可以鋪多少公尺？</p> <p>$7 \times 8 = 56$ $56 \times 403 = 22568$ A: 22568 公尺</p>	<p>3. 工人鋪路，一星期可以鋪 520 公尺，7 個星期可以鋪多少公尺？</p> <p>$520 \times 7 = 3640$ A: 3640 公尺</p>	
	<p>說明：</p> <p>1. 後測時不懂題意，列式發生問題，延後測時可以理解題意。</p> <p>2. 後測因為不了解題意，列式錯誤，以致解答錯誤，延後測時不僅了解題意，甚至簡化列式過程，直接算出答案。</p>		
低 分 組 代 表	<p>8 個奇異果賣 72 元，5 個蘋果賣 60 元，各買 6 個共要付幾元？</p> <p>$72 \times 6 = 432$ $60 \times 6 = 300$ $432 + 300 = 732$ A: 732 元</p>	<p>5. 8 個奇異果賣 72 元，4 個蘋果賣 60 元，各買 5 個共要付幾元？</p> <p>$8 \times 8 = 72$ $4 \times 5 = 20$ $14 \times 5 = 70$ $72 + 20 + 70 = 162$ A: 162 元</p>	
	<p>說明：</p> <p>1. 後測時不懂題意，列式發生問題，作答錯誤；延後測可以理解題意。</p> <p>2. 延後測能了解題意，同時省略設未知數；該題有兩個不同的未知數，學童不僅不會混淆，更同時省略，直接列式。雖然中間計算有誤，對低分組而言，相當難得。</p>		

實施以乘法策略處理乘除文字題的解題策略，經過時間的沉澱之後，高、中、低三組的學童皆能理解題意，成功地列式，尤其中、高分組的學童更內化為自己的解題技巧。

四、學童如何以乘法策略成功地處理乘除文字題

分別針對乘除互逆概念的四種乘除文字題進行訪談：(一) 乘數未知的乘法問題、(二) 被乘數未知的乘法問題、(三) 被除數未知的除法問題、(四) 除數未知的除法問題，以下為中分組學生解(四) 除數未知的除法問題的訪談紀錄：

【布題】：有 42 個小朋友，每排排成幾個時，才能剛好排成 6 排？

訪談內容摘要：

師：這個題目你如何設立未知數嗎？

生：看題目，題目問每排排成幾個，所以就設每排排成□個。

師：你會怎麼列出乘法算式填充題？

生：就 $\square \times 6 = 42$ 啊。

師：你如何判斷要乘法直式計算或是用除法直式計算呢？

生：用除的，因為**乘的跟除的相反**。乘的可以用除的計算，除的可以用乘的計算。

師：那你怎麼知道你算對還是算錯呢？

生：驗算就知道了。

此生在此點出乘除互逆的概念

師：可以告訴我如何驗算嗎？

生：將答案放入乘法算式填充題的□，再乘看看對不對。

綜合訪談，小結如下：

教學過程中，指導學童如何設立未知數，再依題意放置未知數，順著題意列式，均能以乘法列式，未知數如果在積的位置就直接乘出答案，如果未知數在被乘數或是乘數的位置可透過乘除互逆概念，以除法直式計算，學童均能從中體會乘除互為反運算，學習到乘除互逆的概念。

1. 大部分學童能列出乘法算式填充題。

2. 在以乘法直式或除法直式計算答案的部分，學童發現一個現象，未知數就等於

「積」除以另一項已知數，以學童的說法就是「乘的可以用除的算，除的可以用乘的算」，在此學童已能體會乘除互逆概念。

3. 懂得將算出的未知數答案，再放入原乘法算式填充題乘乘看，用來檢測答案對或錯。
4. 在整個實驗教學過程中，雖然分四種型式，但學童一再表示都一樣啊！不管題目問的是什麼，未知數就是依題目要求的對象去設立，解法也只有一種，學童大致都能輕鬆以對。
5. 一系列實驗教學下來，學童可以直接以□列式，直接把未知數設為□，此時學童的解題能力已能明顯看出。

由此回答研究問題（三）學童如何以乘法策略成功地處理乘除文字題。

五、延伸研究

在做完實驗之延後測之後，研究者將五年級「怎樣列式」單元給實驗班學童作答，結果如下：

表 8 「怎樣列式」作答成績敘述性統計

	第一題	第二題	第三題	第四題	第五題	第六題
成功列式人數	24	21	25	24	21	24
完成率（26 人）	92%	81%	96%	92%	81%	92%
完成作答人數	22	17	23	24	20	22
完成率（26 人）	85%	65%	88%	92%	77%	85%

由表 8 可以看出，學童能成功列式比率高達九成，順利完成作答比率高達八成，其中不包括計算錯誤的部分。大體而言，學童對「怎樣列式」已能掌握約八成至九成的解題能力。因此，當學童學會「以乘法策略處理乘除文字題」，已能處理五年級「怎樣列式」的問題，此結果回答延伸研究的部分。

伍、結論與建議

一、結論

有效的學習策略能讓學習事半功倍，獲得較大的學習效果。研究發現，學生在接受數學解題策略教學後，能增進題意的理解及解題的能力，有助於解決數學問題。本研究—「以乘法策略處理乘除文字題」，就是一種解題策略，也是乘除文字題一起學習的策略。一方面鞏固乘除互逆的概念，另一方面減輕學童學習的負擔。本研究共獲得三項結論。

- (一) 接受「以乘法策略處理乘除文字題」的實驗班學童，在乘法與除法等單元學習成就上有明顯提升。實驗證明，學童能體會除法問題是可以乘法來處理的，而且在解題策略上簡單易懂。
- (二) 實驗班後測成績平均數明顯高出對照班甚多，顯示經由「以乘法策略處理乘除文字題」的教學後，學童在乘除法文字題的解題有顯著成效。又由實驗班延後測的答對率高於後測，顯示學童學習的學習保留效果很好。同時發現，學童的解題過程明顯簡化，對於複雜的乘除文字題能簡單處理，低成就學童亦能駕輕就熟。
- (三) 實施「以乘法策略處理乘除文字題」的教學策略，學生的解題能力能延伸至五年級「怎樣列式」單元。

二、建議

- (一) 在課程設計方面，將乘除概念連結一起學習，有助於學童概念的統整，使概念更加穩固，且可減輕學童學習負擔。
- (二) 教師進行乘除文字題教學時，應與生活結合且多樣化，讓學童經驗、觀察、與歸納，以促進提升數學學習成就。

參考文獻

- 呂玉琴（1998）。國小學生對乘除概念的瞭解。中華民國第十四屆科學教育學術研討暨第十一屆科學教育年會會議手冊及短篇論文彙編。高雄師範大學，631-638。
- 汪雅惠（2010）。以經驗察覺與內配合後設認知策略對多類型乘除類型的概念連結與教學之學習歷程及成效的研究—以國小二年級學童為例。國立台南大學數學教育學系碩士論文，台南市。
- 余旭姿（2009）。情境引導配合後設認知對多類型乘除概念連結學習歷程及成效之探究—以國小二年級學童為例。國立台南大學應用數學研究所碩士論文，台南市。
- 林碧珍（1991）。國小兒童對於乘除應用問題認知結構。新竹師院學報，5，221-288。
- 林原宏（1995）。國小高年級學生解決乘除文字題之研究—以列式策略與試題分析為探討基礎。初等教育研究集刊，3，223-233。
- 教育部（2003）。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北市：教育部。
- 教育部（2007）。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北：教育部。
- 周筱亭、黃敏晃主編（2002）。國小數學教材分析—整數的數量關係。台北縣：國立教育研究院籌備處。
- 陳瓊瑜（2002）。國小三年級數學學習困難學生乘法應用問題解題歷程之研究。國立彰化師範大學特殊教育學系特殊教育行政碩士班碩士論文，彰化縣。
- 楊雅惠（2008）。國小三年級學童數學謎題與數學文字題之個案研究。國立台南大學數學教育學系碩士論文，台南市。
- 楊瑞智（1994）。國小五、六年級不同能力學童數學解題的思考過程。國立台灣師範大學科學教育研究所博士論文。
- 鄭秋定（2002）。國小學童正整數除法問題解題策略之分析研究。國立台南師範學院數學科教學碩士班碩士論文，台南市。
- 劉淑倩（2005）。使用乘的分解紀錄對國小四年級學童在乘除文字題解題表現之研究。國立台南大學應用數學研究所碩士論文。
- 劉秋木（1996）。國小數學科較學研究。台北市：五南出版社。
- 謝淡宜（1990）。小學數學「真正理解學習」及「如何解題」教法研究。台南師院學報，23，265-290。

- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum an Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Piaget, J. (1970). *Piaget's theory*, In P Mussen (ed.). *Carmichael's Manval of child Psychology* (3rd ed.). Vol. I. New York : Wiley.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, New Jersey : Princeton University Press.

附錄一

乘除解題能力測驗

- | | |
|--|---|
| 1. 媽媽花了 1000 元買了 4 瓶沙拉油，1 瓶沙拉油賣幾元？ | 9.1 排有 5 顆珠子，125 顆珠子可排成幾排？ |
| 2. 一本書有 371 頁，小天想 7 天看完，平均每天看幾頁？ | 10. <u>阿珍</u> 存 950 元，再存 200 元的剛好可買 5 個足球，1 個足球賣幾元？ |
| 3. 工人鋪路，一星期可以鋪 403 公尺，8 個星期可以鋪多少公尺？ | 11. <u>王叔叔</u> 買手機辦理分期付款，每月需要繳交 1765 元，已經繳了 12 次，一共繳了多少元？ |
| 4. <u>福氣商行</u> 舉辦促銷活動， <u>健康牌</u> 餅乾 4 包 500 元， <u>快樂牌</u> 餅乾 7 包 805 元，哪一個牌子的餅乾比較貴？ | 12. <u>小芳</u> 每個月存 1820 元，9 個月共存幾元？ |
| 5. 8 個奇異果賣 72 元，5 個蘋果賣 60 元，各買 6 個共要付幾元？ | 13. 圖書館裡的圓桌每張可坐 18 人，閱覽室共有 18 張圓桌，共可坐幾人？ |
| 6. <u>小惟</u> 付了 168 元買每支 7 元的冰棒，他到底買了幾支？ | 14. <u>安安</u> 有一些彈珠，平分給 4 人，每人可得 16 顆，安安原有幾顆彈珠？ |
| 7. 一包糖果 35 顆，媽媽幫天天買了 5 包，拿到學校發給 7 位同學，每人可得幾顆？ | 15. <u>小琴</u> 每天背 7 個英文單字，幾天後可以背好 175 個英文單字？ |
| 8. 校外教學的門票每人要 425 元，三年一班有 28 人參加，共要付幾元？ | |

附錄二

怎樣列式

用算式填充題把問題記下來，並算算看：

- | | |
|---|---|
| 1.一袋巧克力有若干個，平分給 18 個小朋友，每人分得 25 個，這袋巧克力有幾個？ | 4.一瓶果汁有 X 毫公升，分裝成 5 杯，每杯有 250 毫公升，這瓶果汁有幾毫公升？ |
| 2.有 210 題的數學計算題，喜如每天要完成幾題，才可以在 7 天做完這些計算題？ | 5.媽媽每個月存 X 元，8 個月後存了 9600 元，媽媽每個月存幾元？ |
| 3.邊長 X 公分的正方形，周長是 348 公分，這個正方形的邊長是幾公分？ | 6.小春有 X 張職棒球員卡，小春的職棒球員卡是小喜的 5 倍，小喜有 85 張職棒球員卡，小春有幾張職棒球員卡？ |