

善用電算器！數學不再只是公式！

劉燕芬、張育萍

國立嘉義大學數學教育研究所研究生

壹、前言

國外許多研究指出電算器可以幫助學生發展數學的學習能力及增進學習態度，也就是說使用電算器輔助數學教學不僅能提升學生學習數學的興趣，同時對學生的問題解決能力及觀念性理解均有正面的幫助（NCTM, 1989, 2000；Dunham & Dick, 1994；Heid, 1997；Hembree & Dessart, 1986, 1992；Smith, 1997；Waits & Demana, 2000），而美國數學教師協會（NCTM）之課程標準更強調電算器必須被融入中小學課程與教學中，認為電算器在數學教育中應扮演重要之角色（NCTM, 1989, 2000），此外，在人們的日常生活中，電算器的應用卻是十分常見，舉凡金融業、百貨服務業、行政機構等，皆經常使用電算器以提升工作效率。由此可見，電算器在與數學運算相關的生活情境中，扮演著不可或缺的角色。因此，在數學教育中，電算器輔助教學已不再是被談論應不應該融入課室中，而是更進一步的探討如何融入教學，幫助學生學習（Higgins, 1990）。但是一般人對於電算器的偏見頗深，在國內的課室中電算器是不常被使用的，惟教學課程安排的需要而有些許的介紹或用來檢驗答案之外，課室中幾乎沒有電算器的扮演空間。

因此本研究欲將一般基本功用的電算器融入數學教學，結合真實生活情境中常見的打折問題，來探討學生對於電算器融入打折問題的使用情形與影響。

此外，從認知的觀點來看，數理科的教學目標之重點已不僅是有關公式的推導和算則的熟練，以及對自然現象的事實、概念、原理和定律的記憶、理解與應用，而是在於經由同化和調適的過程，對重要的數理概念和方法建立一個正確、協調一致，具有層次的認知結構（郭重吉, 1992）。因此，教師應該幫助學生建構出對他自己有意義且合理的看法，而非只是零星事實的記憶和公式的套用。再者，Wheatley（1991）指出教師應讓學生共同討論數學，使學生有機會與同儕交流而產生意義（引自郭重吉，1992）。

因此，本研究採取 Driver 等人所發展的建構主義的教學模式（如表一），希冀學生經由自行操作電算器及參與小組的討論、溝通與發表，而能夠探索及建構數學概念，進而發展出與真實生活相結合的數學技能。而搭配活動的學習單，也設計成三部分：『我原本的想法是…』、『討論後，我的想法是…』、『為什麼我改變了想法？』。也就是先給予學生個人思考的機會，希望藉以引出學生個體原本的想法，之後再提供小組討論時間，使學生交流彼此的想法，進一步重新思考彼此的差異，而修正、擴充或抽換現有的想法，進而達成共識；最後，學生能夠從中學習尊重同儕解決數學問題的多元想法，並發展評鑑、批判與反思能力。

表 1：Driver 和 Oldham 發展的建構主義教學模式

階段	目的	方法
一、確定探討的方向	激發學生學習的興趣，並準備就緒。	實際的活動、待解決的實際問題、教師的示範、影片、錄影帶、簡報等等。
二、引出學生的想法	讓老師和學生注意到一些原先就有的想法。	實際的活動、小組討論後提出報告。
三、學生想法的重組 1. 澄清和交換 2. 置於衝突的情境 3. 建構新的想法 4. 評鑑	使學生察覺到和自己原先觀念不同的科學上的觀點，而能以此種科學的觀點來修正、抵充、或取代原先的想法。 1. 體認有其他的想法存在，並仔細檢討自己的想法。 2. 考驗現有想法的正確性。 3. 修正、擴充或抽換現有的想法。 4. 考驗新建構出來的想法的正確性。	 1. 小組討論後提出報告 2. 教師示範、各自進行實驗、在練習本上做題目 3. 討論、閱讀、教師指導 4. 討論、閱讀、教師指導
四、應用新的想法	利用熟悉以及新奇的情境來增強學生新建構的想法。	個人的寫作、實際的活動、解決問題、專題研究計劃。
五、回顧想法的改變	注意到想法的改變並熟悉學習歷程，使學生能省察其想法改變的程度。	個人的寫作、團體討論、個人的日記、回顧以前做的海報等。

註：引自郭重吉（1992）

貳、教學準備

一、研究參與者

本研究的執行小組由一位合作教師與六位國小六年級學生所組成，合作教師為嘉義縣某國小的現職教師，現於嘉義縣某國立大學研究所進修，六位學生為其任教班上的學生，程度由高、中、低程度各二位所組成，學生活潑好發言。因應研究過程中需要進行小組討論與分享，因此特分配每組高、中、低程度學生各一名，共計 2 組。此外，於教學過程中，每一組的高程度學生皆坐於該組座位的中間，以利於學生討論。

二、教學活動之設計

本教學活動主要是藉由日常生活中的打折問題情境，透過教師提問引導以激發學生的思考，並讓學生使用電算器做為輔助學習的工具，以免去計算的繁雜而擁有更多的時間進行數學思考。活動之主要佈題與目標，簡述如下：

(一) **佈題一：**『現在到全家便利商店買東西全面打 6 折，小明買了 30 元的飲料，只需要付 18 元』你能找出售價、原價與折數的關係嗎？

教師欲創造一個日常生活中常見的打折問題情境，透過提問引導學生使用電算器，進而**發現**售價、原價與折數的關係。此階段教師預期學生能夠利用前一堂課已習得的「比值轉換成小數」概念，將售價除以原價，進而發現折數與答案之間的微妙關係，例如：藉由列出 $\frac{18}{30}=0.6$ ，而發現 0.6 與 6 折表徵方式之間的關係。進而老師再從折數之定義（ $\frac{\text{售價}}{\text{原價}}=\text{折數}$ ）切入此活動，並引導百分率、折數之表徵方式。

(二) **佈題二：**『一瓶飲料原價 22 元，在某一超市可以用 16 元的價錢買到，請問這瓶飲料打了多少折呢？』

教師期望學生能根基於第一題的售價、原價與折數之間的關係，進而能夠**應用**此關係，找出折數。並藉由此題的討論、辯思，來穩固學生打折概念及澄清迷思概念。

(三) 佈題三：

1. 某商店全面打 85 折，一件原價 1200 元的衣服打完折之後，售價會是多少元？
2. 承上題，如果小明身上有 1000 元，請問他買的到這件衣服嗎？
3. 承上題，原價 1200 元的衣服，假如店員願意只收小明 1000 元，請問店員大概是以幾折來計算？

此階段之目的是期望學生能**統整**先前的討論與分享，應用概念進行**獨立解題**。

三、評估方式之協定

研究者從觀察學生上課的學習情形、學生的學習單及數學日誌的內容，以作為本教學活動成效的評估方式。此資料蒐集、分析、評析，由研究者們與合作教師共同討論、辯證，以求避免研究者主觀之認定。

參、活動歷程與結果

一、學生不熟悉使用電算器，剛開始對電算器有種排斥感

研究一開始，教學者先以一題生活情境問題：「現在到全家便利商店買東西全面打 6 折，小明買了 30 元的飲料，只需要付 18 元」，進行學習引導，藉以探討打折問題。當教師提出售價、折數、原價，要求學生利用電算器尋找其間的關係為何時，學生突然一愣，回答「可不可以不要用電算器？」、「我用思考的可不可以？」、「我用算的可不可以？」，此現象之原因來自於學生以往並不常使用電算器，無法將自己的想法以使用電算器的方式表示出來，並對於利用電算器找出數列的關係並不習慣，認為麻煩。當教師要求他們使用時，多數學生仍然習慣用紙筆來輔助思考，而後在教師多次的宣傳『可以使用電算器喔！』，才漸漸的開始使用電算器。

二、學生能利用電算器察覺售價、原價與折數的關係

習慣電算器的使用後，學生的討論漸入佳境。如在討論折數與售價、原價間

關係的過程中，學生持續觀察自己電算器所顯示的數據而提出「打折一定是比 1 小，一定是乘以零點幾的…」、「也可以 18（售價）除以 30（原價）等於 0.6（折數）…」。

由此可見，學生能以 1 為參考點作為思考折數的判準，且對於打折問題已能以「變便宜」為考量，將打折的折數改換以小於 1 的小數來進行思考（也就是將售價與原價的比值以小數來看待， $\frac{\text{售價}}{\text{原價}} < 1$ ）。

三、學生察覺電算器位數有限

在佈題二時，一位學生的解題表現，出現先求出售價除以原價的比值（以小數呈現），再反向回去利用此比值與原價求售價（如圖一），以驗證他求出的比值為正確的。但是因為發現這樣並不會相等，同時在與同學的討論中也有人發現這樣的過程會造成兩數不相等，因而提出「差一點」的問題。此時老師適時的介入「差一點沒有關係」，學生即放心的忽略此差異。但嚴格說來，若要幫助學生了解百分率與此的比值關係，教師應說明為何「差一點沒關係」，以及該如何表示 0.727272 似乎會比較合適（因為電算器的位數有限，而此題若改以比值形式呈現則不會產生矛盾現象；同時教師可協助學生將 0.727272 表示成 0.73 或是百分率 73%，因為一般只會說 73 折，而不會說 727272 折），可惜的是當時未及時發現此問題。

(2) 題目一：『一瓶飲料原價 22 元，在某一超市可以用 16 元的價錢買到，請問這瓶飲料打了多少折呢？』

我原本的想法是：

$$\begin{aligned} 22 - 16 &= 6 \\ 22 \div 0.6 &= 15.6 \\ 22 \div 16 &= 1.375 \\ 22 \div 1.375 &= 16 \end{aligned}$$

討論後，我的想法是：

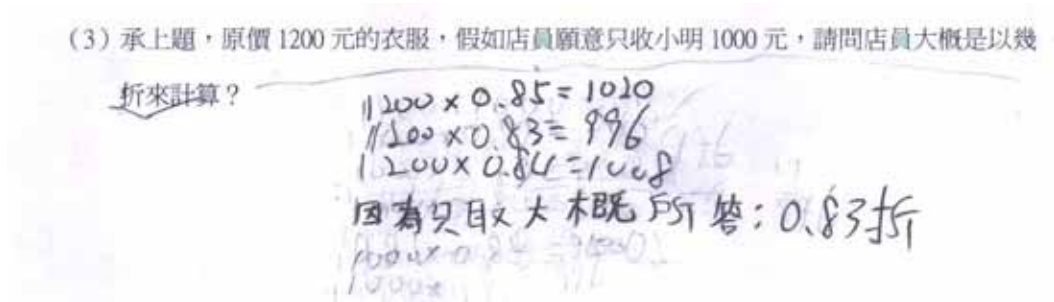
$$\begin{aligned} 22 \times x &= 16 \\ x \times 22 &= 16 \\ 16 \div 22 &= 0.7272727 \\ 22 \times 0.7272727 &= 16 \end{aligned}$$

為什麼我改變了想法 行不通 A: 0.7272727

【圖一】

二、可以利用電算器來幫助思考

學生於最後的個人練習單中，已能利用電算器來協助自己思考打折問題，如圖二：



【圖二】

雖然學生並非透過已學過的比值概念，先將售價 1000 元與原價 1200 元表徵為比值形式 ($\frac{1000}{1200}$)，進而換算成百分率後，再求出折數；而是使用電算器來找出售價與原價的關係：藉由原價乘以心中假定的百分率來找出最接近售價的百分率，而此百分率即為欲求的折數。由此發現，學生已經能夠將心中所想的觀念，搭以電算器的輔助，幫助自己解題。

美中不足的是，學生的折數表徵有錯誤，寫成 0.83 折。究其原因，可能是由於學生對於這樣的表示方式是第一次接觸，仍不熟悉所致。

肆、結論與反思

一、結論

(一) 電算器融入教學之優點：

1. 配合小組討論，可以幫助學生溝通想法，加強概念的學習

中高程度學生能夠利用電算器發現原價、售價與折數三者之間的關係，了解其關係概念，而經由小組分組討論發表，更幫助學生澄清自己的迷思概念，進而

強化概念。

2. 幫助學生解決一般生活化的問題，免除計算的繁雜，助長概念的發展

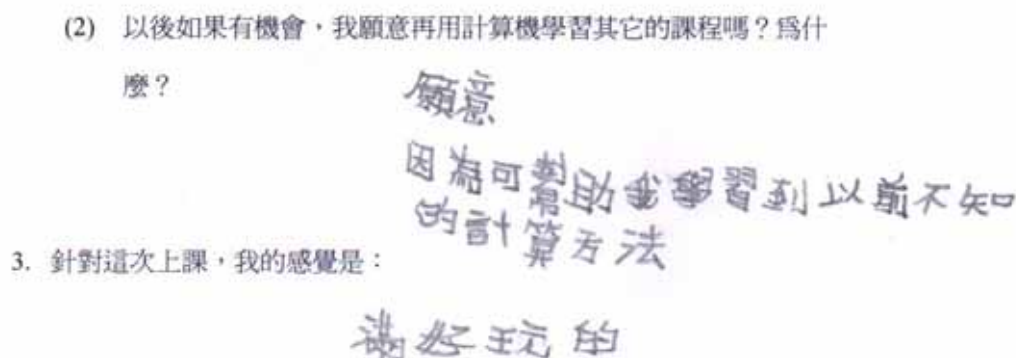
日常生活當中所遇見的數字問題，並不如課本習題中題目的數字，是經過設計的，因此往往是無法整除或顯而易見變項之間的關係。電算器的出現，可幫助學生免除了計算的繁雜，使學生可以專注於概念的理解。

3. 作為輔助學生思考的工具

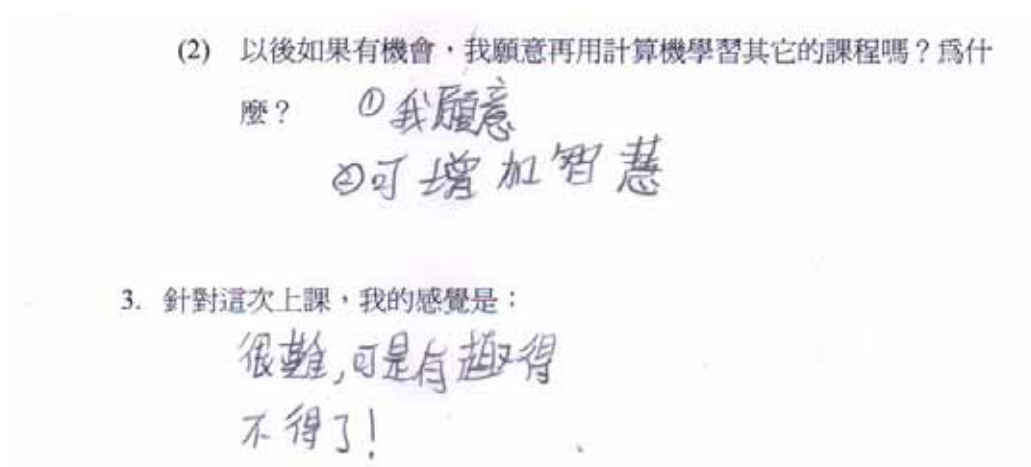
在以往的折數教學上，皆從折數定義引入，亦即公式：售價÷原價＝折數，但是，從後來的練習題中發現，部分學生是利用電算器驗證其直觀想法「**打折一定是比 1 小，一定是乘以零點幾的...**」，進而嘗試歸納「折數」，如圖二：學生能夠歸納原價 1200 乘以 $0.85 = 1020$ （大於 1000）、1200 乘以 $0.83 = 996$ （小於 1000）、 $0.84 = 1008$ （大於 1000），發現其中 996 最接近 1000，而找出折數。由此可見，電算器的融入教學可輔助學生思考。

4. 激起學生學習動機

大多數學生都表示活動十分有趣，雖然題目過難，但仍然願意嘗試（如圖三、圖四）。可見學生已從電算器融入教學的活動中，發現學習的樂趣。



【圖三】



【圖四】

(二) 電算器融入教學之缺點：

1. 無意向地操作

低程度學生容易流於無目的的拼湊答案。

2. 貪圖電算器的便利

解決問題之策略是多樣性的，而當學生開始發現電算器的便利，便鮮少使用估算等其他方式，此時教師必須引導學生善用電算器，避免學生因之而侷限了多樣性策略的發展。

二、反思

(一) 教學中的變與不變

雖然部分學生並非是由研究者原先預想的路徑（折數之定義： $\frac{\text{售價}}{\text{原價}} = \text{折數}$ ），發現打折問題中的原價、售價、折數之間的關係，而是由真實生活中的實際經驗（ $\text{原價} \times \text{折數} = \text{售價}$ ）而發現三者之關係，但也正是如此，才更體會了教學中的變與不變，也更能體會學生主動建構知識的那股感動。同時，也提醒了教師從真實生活情境搭橋連結數學概念，能使數學思考更具意義。

(二) 利於幫助學生解決生活情境中的打折問題

電算器對於學生在尚未接觸過的打折問題上，確實是有幫助的。因為學生在思考打折問題時，能夠經由電算器的輔助發覺數學概念間的關聯，並以常識加以判斷評估，進而加深他們概念的發展。

(三) 題目設計過難

全數學生一致認為題目太難，以致於一開始低程度的學生一見題目就放棄而不願嚐試，中程度的學生則有些怯步，所幸在教師的誘導及同儕的討論之下，學習才有所進展。因此在題目的設計時，研究者應與教學者溝通詳細、周全考量學生的先備知識及學習背景，以避免此情形再度發生。

(四) 活動時間過少

由於時間上的限制，使得學生概念發展尚不夠成熟穩固，所以在後續練習題的表現不如預期的理想。

參考文獻

- 郭重吉 (1992)。從建構主義的觀點探討中小學數理教學的改進。《科學發展月刊》，20(5)，548-568 頁。
- Dunham & Dick(1994). Research on graphing calculators. *Mathematics Teacher*, 87, 440-445.
- Heid, M.K.(1997). The technological revolution and the reform of school mathematics. *American Journal of Education* , 106, 5-61.
- Hembree, R., & Dessart, D.J.(1986). Effects of hand-hand calculators in precollage mathematics education: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17,83-99.
- Hembree, R., & Dessart, D.J.(1992). Research on calculators in mathematics education. In J. T. Teey(Ed.), *Calculators in Mathematics Education: 1992 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*(pp.22-31). Reston,

VA: NCTM.

Higgins(1990). Calculus and common sense. *Arithmetic Teacher*, 37(7), 4-5.

National Council of Teachers of Mathematics(1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics(2000). *The Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Smith, B. A. (1997). A meta-analysis of outcomes from the use of calculators in mathematics education.(Texas A & M University,1996). *Dissertation Abstracts International*, 58,787A.

Waits, B. K.,& Demana, F.(2000). Calculators in Mathematics Teaching and Learning: Past present, and Future. In M. J. Burke, & F. R Curcio(Eds.), *Learning Mathematics For a New Century: 2000 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*(pp.51-66). Reston ; VA: NCTM.

學習單

姓名：

題目一：『現在到全家便利商店買東西全面打 6 折，小明買了 30 元的飲料，只需要付 18 元』你能找出售價、原價與折數的關係嗎？

我原本的想法是：

討論後，我的想法是：

爲什麼我改變了想法：

題目二：『一瓶飲料原價 22 元，在某一超市可以用 16 元的價錢買到，請問這瓶飲料打了多少折呢？』

我原本的想法是：

討論後，我的想法是：

爲什麼我改變了想法：

練習單

姓名：

1. （1）某商店全面打 85 折，一件原價 1200 元的衣服打完折之後，售價會是多少元？

（2）承上題，如果小明身上有 1000 元，請問他買的到這件衣服嗎？

（3）承上題，原價 1200 元的衣服，假如店員願意只收小明 1000 元，請問店員大概是以幾折來計算？

學習日誌

姓名：

1. 針對電算器器的使用，說說你的想法：

（1） 我覺得這個電算器幫助我學習了什麼？

（2） 以後如果有機會，我願意再用電算器學習其它的課程嗎？爲什麼？