

國小四年級整數數感教學活動設計

侯淑芬

高雄市十全國小教師

劉曼麗

國立屏東教育大學數理教育研究所所長

壹、前言

數感 (Number sense) 是一種根據數的不同意義，產生對數的一份直覺 (NCTM, 1989)。進一步來說，數感是指一個人對數與運算的一般性理解 (general understanding of number and operation)，及能彈性的運用這樣的理解，作數學判斷和發展有用的策略以處理數與運算問題的能力 (McIntosh, B.Reys, & R.Reys, 1992)。近年來，數感議題在國外日益受到重視 (AEC, 1991; NCTM, 1989, 2000; NRC, 1989)；而我國當前推動的九年一貫課程綱要中亦指出，國民小學在第二階段（四至五年級）的目標為能熟練非負整數的四則和混合計算，培養流暢的數字感 (教育部, 2003)，顯見數感能力的培養也是我國數學教育改革的重點。筆者以 McIntosh, B.Reys 與 R.Reys (1992) 提出的數感組織架構界定所欲探討的數感元素，並根據學者們對各元素的定義、整數本身的數學性質以及教學期間所牽涉的教材範圍，分析出四個數感元素：「了解整數位值概念與比大小」、「了解運算性質與運算對數的影響」、「分解或合成數以便於運算」與「使用參考值以便於解題」，並據以設計整數數感教學活動。而這些數感教學活動經實踐後發現，對學生數感能力與數學學習能力均有提升。限於篇幅，本文僅就教學設計發展過程與活動內容予以說明，希望對有意進行數感教學的教師有所助益。

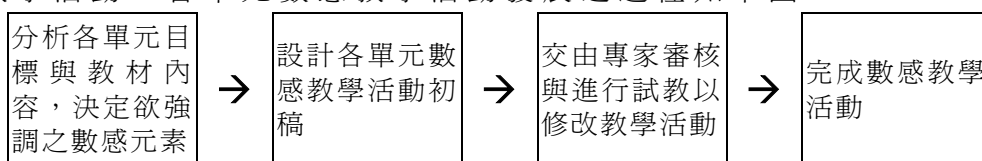
貳、數感教學進行方式

參酌國內外學者提出的數感教學理念策略（Thornton & Tucker, 1989; Hope, 1989; Markovits & Sowder, 1994; Kamii, 1994; Hopkins, 1995; 支毅君, 1997; 楊德清, 2002），筆者透過生活布題、估測估算活動、遊戲與數學日記四種方式在既有數學課程中強調數感教學：

- （1）生活布題：以與學生真實生活情境相連結的問題來進行教學。
- （2）估測估算活動：透過具體物與實際操作來進行估測活動，以幫助學生有意義地了解數與運算。此外，要求學生在紙筆計算前先進行估算，以助其擺脫紙筆計算或算則的束縛，培養其靈活應用數與運算的能力。
- （3）遊戲：利用遊戲營造不用紙筆計算的學習氣氛以及鼓勵學生主動探索數與運算。
- （4）數學日記：藉由數學日記提供學生每天探索數和數與計算關係的機會。

參、數感教學活動發展過程

筆者分析第一作者任教之四年級班級學生所使用的教材（康軒版第七冊、第八冊），找出與整數有關的單元後，分析其教學目標與教材內容，決定欲強調之數感元素，再根據各數感元素，設計教學活動初稿。為增加教學的可行性，特請兩位數學教育專長教授針對初稿提供意見，並進行試教，再依據教授意見與試教結果修正初稿，完成正式教學活動。各單元數感教學活動發展之過程如下圖一：



圖一 數感教學活動發展過程

筆者在分析教材後，決定於康軒版本第七冊第十單元「統計圖表」、第八冊第一單元「整數四則運算」與第四單元「整數乘法」中強調數感教學。其中，在統計圖表單元，教師應可利用統計表、長條圖和圓形圖所呈現的生活化數值資料提供學生探索「量」的機會，藉由「量感」的建立，幫助學生對抽象的數產生感覺。在「整數四則運算」和「整數乘法」兩單元，教師則可加強學生對運算性質的理解，提升其彈性運用整數和運算來解題的能力。各單元強調之數感元素如下表一：

表一 各單元強調之數感元素

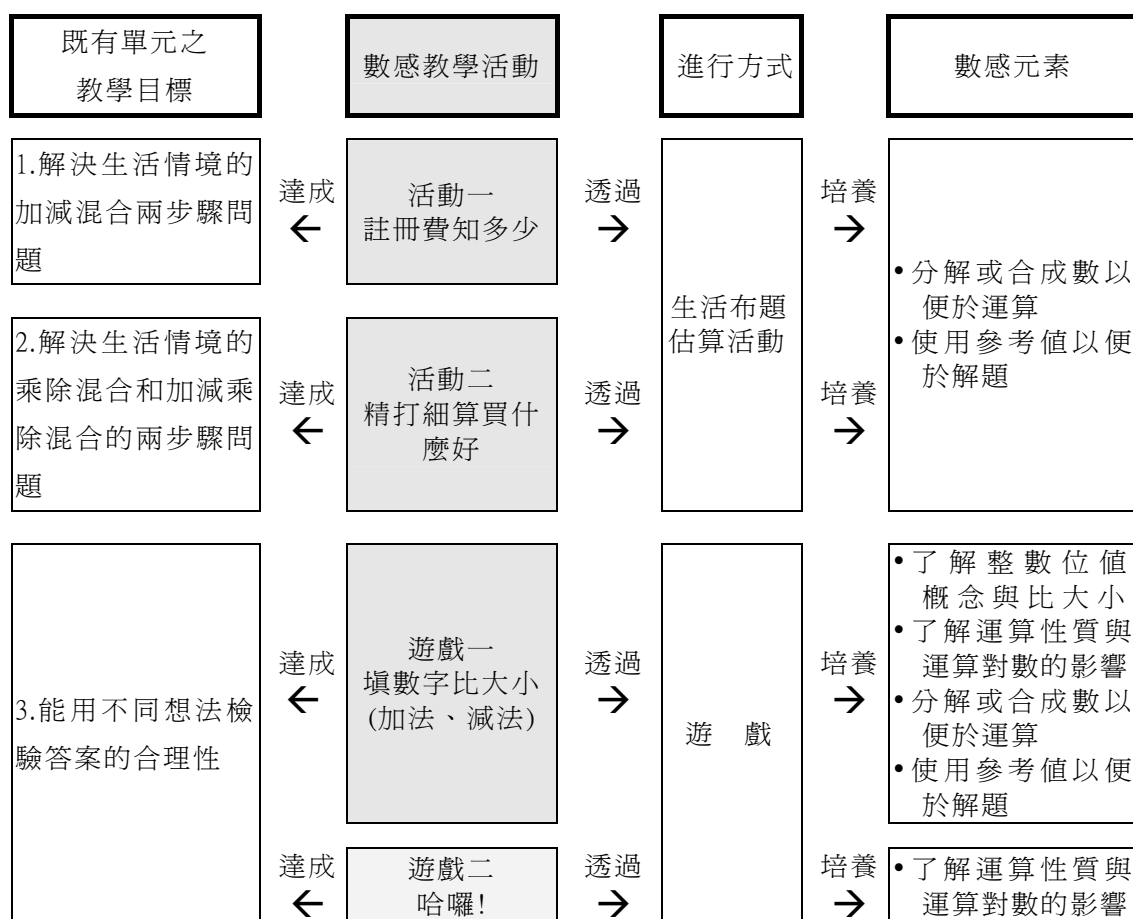
教學單元	了解整數的位值 概念與比大小	數 感 元 素		
		了解運算性質與 運算對數的影響	分解或合成數 以便於運算	使用參考值 以便於解題
統計圖表	✓		✓	✓
整數四則運算	✓	✓	✓	✓
整數乘法	✓	✓	✓	✓

肆、數感教學內容介紹

限於篇幅，本文以整數四則運算單元為例，說明在此單元中如何強調數感教學。整數四則運算單元之教學目標與教材內容主要是在引入整數四則運算括號的用法，重點在於將多步驟問題列成「併式算式填充題」並進一步計算出正確的答案。對四年級學生而言，列出「併式算式題充題」並知道括號的部分先算是一項新的挑戰；至於計算部分，因不超過二、三位數乘（除）以一位數的範圍，故屬先備知識。既是如此，在進行本單元教學時，實不必耗費太多時間複習紙筆計算（包括算則）的方法，而是應以此為基礎，幫助學生發展出對數與運算一種良好、一般性的了解與感覺，建立起整數概念與整數運算的數感。基於上述，本單元強調的數感元素包括「了解整數位值概念與比大小」、「了解運算性質與運算對數的影響」、「分解或合成數以便於運算」和「使用參考值以便於解題」。

筆者設計的教學活動主要有二：「註冊費知多少」與「精打細算買什麼好」；遊戲有二：「填數字比大小（加法、減法）」與「哈囉！」。這些活動與遊戲除了符合該單元的教學目標外，也要培養學生數感能

力。教學總共進行 6 節，單元活動設計概念如下圖二：



圖二整數四則運算單元數感教學活動設計概念圖

各活動與遊戲對應既有課程部分的教學目標、涉及的數感元素、活動設計理念以及活動內容則說明如下：

(一) 活動一「註冊費知多少」

- 1.教學目標：能解決生活情境中，整數加減混合的兩步驟問題。
- 2.數感元素：分解或合成數以便於運算、使用參考值以便於解題。
- 3.活動設計理念：

- (1) 以真實生活情境布題：Hope (1989) 認為，以計算來發展學生的數感時，應該讓學生以解決實際的問題為目的來計算。因此，筆者在設計布題時，特以與學生切身相關的生活情境－「計算註冊費」以及「到文具店

買東西」為主設計布題。

- (2) 安排估算活動：Hope (1989) 曾說道：在計算之前教師應該鼓勵學生去找出較簡單的計算方法，思考數與數間的關係，而不是去想數與課本上的規則，這才是數感的重要層面。有鑑於此，筆者在設計學習單時，除了配合原教學目標外，也特別加入能引導學生在使用紙筆計算前先進行估算、心算的題目。例如，在活動「註冊費知多少」的學習單（見附錄一）中布題：「判斷看看，小孟和姊姊誰繳的註冊費會比較多呢？不要算出精確的答案。」、「小翰、小璋、小孟、小維拿出一部份的壓歲錢要交註冊費，你覺得誰準備的錢是夠的？」（在不使用紙筆計算的情況之下，請學生判斷 783 元與 1596 元合起來應該會比較接近 1000 元、2000 元、3000 元或 4000 元）。在活動「精打細算，買什麼好」的學習單（見附錄二）中提問：「先想想看，大約需要多少錢？200 元禮券夠嗎？」、「想想看，不用紙筆計算，你可不可以找到答案？」等。

4.活動內容：

- (1) 發下學習單，請學生記下註冊費用明細與價錢。
- (2) 列出四名學生準備的註冊費：小翰 1500 元、小璋 2000 元、小孟 3000 元、小維 4000 元，請學生利用分解或合成數或使用參考值等方式來估算總註冊費（1596 元加 780 元）並判斷哪些人帶的錢是夠的。
- (3) 全班討論估算方法。
- (4) 請學生計算繳完註冊費後剩下的錢，並引導學生列出加減混合的算式。

(二) 活動二「精打細算買什麼好」

- 1.教學目標：能解決生活情境中，乘除混合和加減乘除混合的兩步驟問題。
- 2.數感元素：分解或合成數以便於運算、使用參考值以便於解題。
- 3.活動設計理念：同活動一。
- 4.活動內容：
 - (1) 兩人一組，從傳單找出文具價格，填入學習單。
 - (2) 針對禮券 200 元，討論分解或合成 200 的方法。
 - (3) 針對學習單上購買文具的問題，在列出併式算式填充題後，鼓勵學生先不進行紙筆計算，而是以分解或合成數或使用參考值的方式進行估算或心算，以判斷 200 元禮券是否夠用。

(三) 遊戲「填數字比大小(加法、減法)」

- 1.教學目標：能用不同想法檢驗答案的合理性。
- 2.數感元素：了解整數的位值概念與比大小、了解運算性質與運算對數的影響、分解或合成數以便於運算、使用參考值以便於解題。
- 3.活動設計理念：
 - (1) 遊戲能營造不用紙筆計算的學習氣氛，讓學生擺脫依賴紙筆計算來解題的習慣，進而彈性地分解或合成數或使用參考值來解題。
 - (2) 藉由競賽激起學生努力嘗試的意願，以促其將對位值概念與比大小的了解應用出來。
 - (3) 填數字比大小的遊戲能促使學生思考運算對數的影響，例如在玩減法的填數字比大小遊戲時，學生必須思考要得出最大的差數，被減數是越大越好還是越小越好等。

4.活動內容：

- (1) 將全班分成兩隊，並在黑板上畫出兩套如下的格子：

$$\begin{array}{r} \square\square \\ + \square\square \\ \hline \end{array}$$

兩隊各派一名記錄員，上台記錄算式與結果。

- (2) 隊員依序抽取數字卡(0~9)，並自行決定擺放位置。
- (3) 遊戲過程中，討論抽到較大的數時，應如何擺放在哪個位置，最後所得的和數才會比較大；以及想要得到較大的數，抽到的數字卡應擺放在哪個空格才對。
- (4) 兩隊抽完卡片且擺放好位置後，請記錄者記下算式。
- (5) 討論如何透過分解或合成數或使用參考值等方法來心算、估算兩隊所排算式的和，以得知何隊獲勝(和數大者獲勝)。
- (6) 進行「填數字比大小之減法」遊戲，遊戲規則與進行流程與加法遊戲類似，但將格子改成：

$$\begin{array}{r} \square\square\square \\ - \square\square \\ \hline \end{array}$$

(四) 遊戲「哈囉！」

- 1.教學目標：能用不同想法檢驗答案的合理性。
- 2.數感元素：了解運算性質與運算對數的影響。

3.活動設計理念：

「哈囉！」遊戲是 Kamii 和 Livingston 在重新建構孩子的數學能力一書中所提到的遊戲（陳燕珍，2001）。由於本單元涉及加減乘除運算，因此可利用「哈囉」遊戲讓學生主動察覺乘除互逆的關係，並用以在遊戲中取勝，進而提升其對乘除法運算性質的了解。

4.活動內容：

（1）講解遊戲規則：

- ①三人一組，共用一副撲克牌。（J、Q、K 抽出不用）
- ②兩人各抽一張牌後將牌給對方看，自己則不能看。
- ③由第三人說出兩張牌的乘積，不能用紙筆計算，只能用心算。聽到乘積後，如能猜到自己手中的牌為何，便舉手喊「哈囉！」。答對者，兩人手中牌即歸所有，點數最多者獲勝。

（2）讓學生自行利用下課時間進行遊戲，並與學生討論乘除互逆之關係。

伍、結語

本文提出在既有的整數課程中強調數感教學之活動設計，希望讓學生在學習數概念與計算的同時，數感能力也能有所提升。整體而言，教師可藉由真實生活布題鼓勵學生探索數概念與解題方法；藉由簡單且略具挑戰性的遊戲激發學生應用所學的數概念來解題，並促其探究運算性質與運算對數的影響；藉由估測或估算活動讓學生擺脫紙筆計算的束縛，而彈性地應用分解或合成數、使用參考值等方法來解題。雖然本文提出的教學活動是以四年級整數教學為主體，但教師可在和數與量主題有關的單元，參考本文所提出的數感教學設計，自行變化出合適的數感教學活動。

參考文獻

- 支毅君（1997）。我國國小三年級數感教學研究。台東師院學報，8，83-116。
- 教育部（2003）。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北市：教育部。
- 陳燕珍（譯）（2001）。重新建構孩子的數學能力。台北縣：光佑。
- 楊德清（2000）。國小六年級學生回答數字常識問題所使用之方法。科學教育學

刊，8(4)，379—394。

- Australian Education Council (1992). *A national statement on mathematics for Australian schools*. Melbourne: Curriculum Corporation.
- Hope, J. (1989). Promoting number sense in school. *Arithmetic Teacher*, 36(6), 12-16.
- Hopkins, L. (1995). Popping up number sense. *Teaching Children Mathematics*, 2(2), 82-86.
- Markovits, Z. & Sowder, J. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), 4-29.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12, 2-8.
- Nation Research Council (1989). *Everybody Counts: A report to the nation on the future of mathematics education*. Washington, D.C.: National Academy Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *The Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Thornton, C.A., & Tucker, S. C. (1989). Lesson planning: The key to developing number sense. *Arithmetic Teacher*, 36(6), 18—21.

附錄一 「註冊費知多少」學習單

精打細算～註冊費知多少

❶ 記下這學期註冊時要繳交的費用：

費用名稱	金額 \$



❷ 小翰、小璋、小孟、小維拿出一部份的壓歲錢要交註冊費，你覺得誰準備的錢是夠的？

請打✓（可以選不只一個）

- ☐ 小翰 1500 元 ☐ 小璋 2000 元 ☐ 小孟 3000 元 ☐ 小維 4000 元
☐ 都不夠

你是怎麼知道的呢？寫下你是如何判斷的：

❸ 仔細聽聽同學的想法，並把你覺得最合理、最棒的想法寫下來：

我覺得（ ）想法最棒！他的想法是：

❹ 經過全班討論後，我們一致覺得（ ）準備的錢是最剛好的。

算算看，他繳了註冊費後還會剩下多少錢呢？

寫出算式和答案：

⑤請你用「一個算式」把問題和結果記錄下來：

⑥下表是小孟的姊姊要繳的註冊費用：

費用名稱	金額 \$



判斷看看，小孟和姊姊誰繳的註冊費會比較多呢？（不要算出精確的答案）

我覺得（ ）比較多，因為：

⑦因為小廷的姊姊可以不用繳交家長會費，所以扣掉家長會費 150 元後，她需要繳多少錢呢？

寫出算式和作法：

試試看，用「一個算式」把問題和結果記錄下來：

附錄二「精打細算買什麼好」學習單

精打細算～買什麼好？

- ❶ 請你和你的學習夥伴想想看，上學期合作社發的 200 元禮券，買哪兩樣東西剩下的錢最少？說說你們的想法，並算出剩下的價錢。

我們覺得買（ ）和（ ）剩下的錢最少。
算算看，剩下多少錢？

用一個算式把問題與答案記錄下來：

- ❷ 水果香味中性筆，一包特價（ ）元。

* 200 元的禮券最多可以買幾包？（ ）包。寫下你的或同學的想法：

* 水果香味中性筆一包有（ ）支，我們可以買（ ）包。如果把這些筆分給冠軍組的 5 個小朋友，一個人可以分到幾枝呢？

* 寫出算式填充題：

* 算出答案來：

③買 2 張咕嚕 L 型夾要 () 元。想想看，200 元的禮券可以買幾張？

* 寫出算式填充題：

* 算出答案來：

④一片 SONY CD-RW 光碟片要 () 元；一個超寬雜誌架要 () 元，老師每種都要買六個。

* 寫出算式填充題：

* 先想想看，200 元的禮券夠用嗎？

☐ 夠 ☐ 不夠，因為 ()

* 算出答案來：

⑤手牌釘書機一支原價要 40 元，文具店特價每支便宜 15 元，每組各買 1 支，全班需要多少錢？

* 寫出算式填充題：

* 先想想看，大約需要多少錢？ ()

200 元禮券夠嗎？ ()

寫出你或同學的想法：() 的想法很不錯！

* 算出答案來：