

# 國小五年級學童在九年一貫數學課程改革下 分數概念與運算能力的表現之比較研究

尤志弘

國立屏東教育大學數理教育研究所研究生

簡清華

國立屏東教育大學數理教育研究所助理教授

## 壹、緒論

教育部於西元 1998 年公布九年一貫數學課程暫行綱要（暫綱），而於九十學年度正式實施，本研究想來探討施行教育部規劃的九年一貫數學課程暫綱與正綱後，學童的數學概念與運算能力是照原先專家學者的預期而有所提昇呢？在社會各界、教師及學童家長的心中持續存在一個疑慮，就是學童的數學程度似乎比往年退步了，所以在社會各界持續關心下，教育部修訂九年一貫數學課程暫行綱要（暫綱），接著於西元 2003 年公布九年一貫數學課程綱要（正綱），並於 94 學年度正式實施，施行至今已經邁入第三年。

八十二年版數學課程改變的重心在於教學方法由以教師為中心轉移為以學生為中心，讓學生經由互動、討論、辯證等歷程，主動的從自己的經驗中，學習數學的概念，養成在日常生活中善用各種工具從事學習及解決問題的習慣（詹婉華，2003）。另在國民中小學九年一貫課程暫行綱要中提到，國民教育階段的課程設計應以學生為主體，以生活經驗為重心，培養現代國民所需的基本能力。數學教學應協助學生體驗生活情境與數學的連結過程，著重學生概念的了解與能力的培養（教育部，2001）。由上述可知，了解學童的數學概念是非常重要的，所以本研究打算進行學童數學概念的探究。

由於分數概念是一個在問題情境中兼具多重意義的數學概念，在日常生活中常呈現不同的面貌，造成學生學習時的困擾很大，同時，分數計算也因為分數概念的難以理解，被迫以機械式的方式使用算則進行解題，而其不同意義，也增加

學習上的困難（湯錦雲，2002），這些學習困難造成學生產生許多錯誤或迷失概念。

研究者長期任教於國小高年級，了解分數課程常困擾許多學童，而且分數概念與運算的教材從國小二年級一直涵蓋到六年級，包含多個年級層，也是日後學習數學的一個重要的關卡。而且在九年一貫數學學習領域的能力指標中（教育部，2003），N-1-9、N-2-6、N-2-7、N-2-8、N-2-9、N-2-11、N-2-13、N-3-3 都是關於分數概念的能力指標，尤其是在國小數學能力最重要的「數與量」這一部分，在第二階段的 19 個能力指標中，分數就佔了 6 個，可見得分數在國小數學教學的重要性與代表性，因此本研究將進行學童分數概念和運算能力的探究。

基於上述理由，本研究計畫針對國小五年級學童，來探討在施行九年一貫數學課程後，學童的數學概念與運算能力是有所提昇呢？還是比往年退步呢？

## 貳、相關文獻探討

### 一、九年一貫課程實施前後對學生數學能力的影響之相關研究

楊順惠（2005）以高雄市 92 學年度與 93 學年度之國民中學畢業學生為研究對象，針對九年一貫數學教材實施前後對學生數學綜合能力的影響進行實證研究，其研究結果顯示：九年一貫數學教材實施之後，學生對數學問題的建構與解決能力有明顯的提升，但邏輯推理分析力卻呈現微幅下降，就整體而言，數學綜合能力仍是出現了某個程度的進步。這樣的實證結果與社會大眾所認為之「九年一貫數學教材實施之後造成學生數學能力大幅下降」的刻板印象似乎有極大的出入。

為何結果與社會大眾的認知會有這麼大的差距？楊順惠（2005）提出有幾點值得注意的事實：

首先是在九年一貫數學教材實施之後，學生的計算速度與能力的確有顯著的下降，這是建構式數學不強調計算的自然結果。而在另一方面，某些教師的教學與考試卻沒有能夠完全配合新教材而進行改變，尤其考試出題的內容與方式還是沿襲舊有的習慣，例如，數學題型還是強調快速演算的填鴨背誦式解題法，而且

一出題就是超過三、四十題，學生在計算能力變差的情況之下仍然被要求快速作答，成績自然表現得不理想。即使學生的數學綜合能力的確因為九年一貫數學教材的實施而有一定程度的進步，但是在這樣的考試方式之下，卻無法顯現出來。因為新的教材當中所強調的新觀念和新方法是需要從事教育和接受教育的所有人都充分適應完全調適之後，才可能發揮教材的實際效果。

## 二、分數對兒童的意義

分數概念起源於「分」，是用來解決不滿一個單位量的量的數值問題，透過將原單位量予以等分割，得到單位分量的重複，因而得到與被測量等價的量，以分割的份數和重複單位分量的次數並置，作為被測量量的指標。

而本研究旨在探討八十二年版與九年一貫數學課程施行後，國小五年級學童的數學概念與運算能力的表現，所以在此特別列出教育部所頒佈分數對兒童的意義，八十二年版與九年一貫版本略有不同的見解，分述如表 2-1。

表 2-1 分數對兒童的意義之相關文獻一覽表

文獻來源	分數對兒童的意義	時間
教育部 82年版數學 課程標準	1、表示操作：在具體物上進行「分的活動」，重視操作模型與分數符號之連結。 2、部分/全部：包括連續量與離散量之情境。 3、數線上的數值：可是為線段長或數線上的一點。 4、整數相除的結果。 5、比或比值。 6、表示量的大小。	1993
教育部 92年 九年一貫 數學 課程綱要	1、平分的意涵： 2、測量的意涵： 3、比例的意涵： 4、部分/全體的意涵： 5、除的意涵：	2003

資料來源：1.教育部（1993）。國民小學課程標準。

2.教育部（2003）。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。

## 參、研究方法

### 一、研究設計

本研究主要分為兩個階段，首先透過團體紙筆測驗瞭解九年一貫課程學童在分數概念及運算上的表現情形；接著再與湯錦雲（2002）八十二年版的「國小五年級學童分數概念與運算錯誤類型之研究」之結果相比較，並進行統計分析，來探討九年一貫數學課程下國小五年級學童的分數概念與運算的學習狀況。

### 二、研究對象

本研究樣本的選取，基於研究目的、環境限制及時間與人力的考量下，無法使用隨機抽樣，所以採用方便取樣模式來選取所需的研究樣本。選取高雄市、高雄縣、屏東市、屏東縣共六所國小，每所國小各二個班級的五年級學生，共計十二個班級，共 373 名學生，研究所採用的樣本均為男女混合且為常態編班之班級，研究樣本分配見表 3-1。

表3-1 研究樣本分配表

學校	高雄市	高雄縣		屏東市	屏東縣		合計
		A	B		A	B	
參加人數	62	66	63	66	68	48	373

### 三、研究流程

本研究步驟共分為六個階段來實施，茲就各階段說明如下：

（一）蒐集資料、探討文獻與決定研究架構。

（二）試題確認：

本研究採用湯錦雲（2002）所研發的「分數概念與運算測驗」來調查學生在分數單元的學習情形及可能的錯誤類型。

（三）選取樣本：

研究樣本為高雄市、高雄縣、屏東市、屏東縣的六所國小，每所國小各二個班的五年級學生，共計十二個班級，合計共 373 名學生。

(四) 團體紙筆測驗施測：

本研究正式施測時間為 96 年 6 月 20 日至 96 年 6 月 29 日，正式施測方式為團測，時間為 40 分鐘。

(五) 團體紙筆測驗資料分析：

將全部學生的答案歸納、統整，運用 Excel 統計軟體來統計每一個學生的答題狀況、每一題的錯誤人數及其百分比，製成「分數概念與運算測驗」錯誤情形統計表。

(六) 綜合分析並與先前湯錦雲（2002）之研究結果做對照比較。

## 肆、結果與討論

將本研究學童之答題情形與湯錦雲（2002）「國小五年級學童分數概念與運算錯誤類型之研究」答題情形相比較，整理出兩個版本的學童錯誤情形統計對照表，如表 4-1 所示。

表 4-1 兩個版本的學童「分數概念與運算測驗」錯誤情形統計對照表

題號	試題內涵	題目類型	本研究（九年一貫）		82年版錯誤率（%）
			錯誤人數	錯誤率（%）	
第一部份 分數概念（共19題）					
1	部份-全部	部份-全部（離散量）	185	49.6	43.6 <sup>◎</sup>
2	部份-全部	等分概念（連續量）	77	20.6 <sup>◎</sup>	22.5
3	部份-全部	部份-全部（連續量）	110	29.5	28.2 <sup>◎</sup>
4	部份-全部	部份-全部（離散量）	255	68.4	53.8 <sup>◎</sup>
5-1	數線上的一個數值	數線帶分數的標分數	226	60.6	47.4 <sup>◎</sup>
5-2	數線上的一個數值	數線假分數的標分數	260	69.7	64.5 <sup>◎</sup>
6-1	數線上的一個數值	單位量 1 以內的讀分數	240	64.3	55.5 <sup>◎</sup>
6-2	數線上的一個數值	單位量 1 以上的讀分數	303	81.2	76.5 <sup>◎</sup>
7	部份-全部	分數數與量的辨別	264	70.8	55.2 <sup>◎</sup>

續表 4-1 兩個版本的學童「分數概念與運算測驗」錯誤情形統計對照表

題號	試題內涵	題目類型	本研究（九年一貫）		82年版錯誤率（%）
			錯誤人數	錯誤率（%）	
8	整數相除的結果	分數是整數相除結果	96	25.7	25.1 <sup>⊙</sup>
9	整數相除的結果	分數是整數相除結果	194	52.0	44.3 <sup>⊙</sup>
10	比值	分數是一個比值	231	61.9	55.5 <sup>⊙</sup>
11	比值	分數是一個比值	207	55.5 <sup>⊙</sup>	59.2
13	分數是一個數	分數是數的概念	186	49.9	39.8 <sup>⊙</sup>
14	部份-全部	等值分數（離散量）	208	55.8	53.6 <sup>⊙</sup>
15	部份-全部	等值分數（連續量）	140	37.5 <sup>⊙</sup>	45.7
16	部份-全部	分數的估測	255	68.4	58.1 <sup>⊙</sup>
17	部份-全部	分數的估測	272	72.9	66.8 <sup>⊙</sup>
18	部份-全部	分數大小的比較	64	17.2 <sup>⊙</sup>	38.2
第二部份 分數運算（共8題）					
1	分數加法	整數加分數的運算	94	25.2	24.9 <sup>⊙</sup>
2	分數減法	整數減分數的運算	115	30.8 <sup>⊙</sup>	35.5
3	分數減法	整數減分數的運算	133	35.7 <sup>⊙</sup>	39.5
4	分數減法	整數減分數的運算	127	34.0 <sup>⊙</sup>	40.5
5	分數減法	分數減分數的運算	102	27.3 <sup>⊙</sup>	37.9
6	分數減法	分數減分數的運算	106	28.4 <sup>⊙</sup>	39.8
7	分數乘法	整數乘分數的運算	163	43.7	41.0 <sup>⊙</sup>
8	整數除整數	整數除整數的運算	177	47.5	41.5 <sup>⊙</sup>
平均				47.6	45.7

說明：有加外框且旁邊加註<sup>⊙</sup>符號者，表示該版本之錯誤率較低，即該版本的學童在這題表現較優於另一版本。

#### 一、九年一貫學童分數概念與運算測驗之答題情形分析

依據表 4-1 的統計結果，綜合分析學童在分數概念與運算的錯誤情形，整理出下列幾點：

1. 在本研究分數概念與運算測驗中，學童的整體平均錯誤率為47.6%，接著將測驗試題分成「分數概念」及「分數運算」兩個部分，由表4-2可知，其中「分數概念」部分的學童平均正確率為0.4676；而「分數運算」部分的學童平均正確率為0.6592，「分數運算」比「分數概念」的測驗正確率高約19.16%。再進一步分析發現，兩個正確率之平均數t考驗已達顯著水準，顯示兩個版本之學童的答題表現有顯著的差異，即「分數運算」的答題表現明顯優於「分數概念」。

表 4-2 九年一貫學童測驗整體表現之平均數 t 考驗一覽表

測驗種類	樣本數	平均 得分	平均數 (正確率)	平均數差異	t 值	P
分數概念 (19 題)	373	8.8847	0.4676			
分數運算 (8 題)	373	5.2735	0.6592	-0.1916	-13.327	.000 **

註： \*\* P < .01

2. 學童在「數線」模式的錯誤率偏高，平均錯誤率為68.95%，是所有模式題型中平均錯誤率最高的，湯錦雲（2002）與黃寶彰（2003）的研究皆指出「分數數線模式」是國小、甚至是國中學生感到困難的部分，由此可見「數線」在分數中應該是屬較難的題型（楊壬孝，1989）。
3. 學童在「比例、比值」模式的錯誤率平均達58.7%，這顯示學童對分數是一個「比例、比值」的概念較模糊，有可能是學童比值模式的概念發展比較慢（Novillis, 1976）。
4. 在「分數的數與量概念辨別」的個別題目方面，學童錯誤率達70.8%，可知辨別「分數的數與量」對五年級學童仍屬困難的題型，這發現印證了國小五年級的學生在「數與量」的觀念較易混淆（楊壬孝，1989）
5. 至於學童在「分數運算」方面的表現，普遍都較「分數概念」方面的表現來得好，其中以「分數加法」的錯誤率最低為25.2%，其次是「分數減法」的錯誤率平均為31.2%，接著是「分數乘法」的錯誤率為43.7%，最後以「整數除整數」的錯誤率最高為47.5%。

6.在「分數減法」中，「分數減分數」的表現比「整數減分數」的表現還要好，錯誤率相差5.6%。

二、在九年一貫與八十二年版數學課程下，學童分數概念與運算測驗答題表現的比較

(一) 整體答題表現之比較

由下表 4-3 可知，整體而言，九年一貫數學課程學童的分數概念與分數運算測驗的錯誤率高於八十二年版數學課程學童約 1.9%。但進一步分析發現，兩個錯誤率之百分比差異顯著性考驗未達顯著水準 ( $|z| < 1.96$ )，顯示兩個版本之學童在分數概念與運算測驗整體的答題表現並沒有顯著的差異。

表 4-3 九年一貫與 82 年版整體錯誤率之百分比差異顯著性考驗一覽表

對象	樣本數	測驗題數	平均數 (錯誤率)	z 值
九年一貫數學課程學童	373	27	0.47559	0.52243
82 年版數學課程學童	422	27	0.45707	

(二)「分數概念」及「分數運算」兩個部分答題表現之比較

本研究將測驗試題分成「分數概念」及「分數運算」兩個部分，學童在各部分的答題表現如下表 4-4：

表 4-4 兩個版本分數概念及分數運算錯誤率之百分比差異顯著性考驗一覽表

試題分類	對象	樣本數	測驗題數 (共 27 題)	平均數 (錯誤率)	z 值
分數概念	九年一貫 課程學童	373	19	0.53238	1.15582
	82 年版 課程學童	422	19	0.49132	
分數運算	九年一貫 課程學童	373	8	0.34075	-1.02649
	82 年版 課程學童	422	8	0.37575	

1. 「分數概念」部分：

由表 4-4 可知，九年一貫課程學童的「分數概念」錯誤率高於八十二年版課程學童約 4.1%，顯示九年一貫課程學童在「分數概念」上的表現似乎較落後，但幅度並沒有很明顯。再進一步分析發現，兩個錯誤率之百分比差異顯著性考驗未達顯著水準 ( $|z| < 1.96$ )，顯示兩個版本之學童在「分數概念」的答題表現沒有顯著的差異。

2. 「分數運算」部分：

由表 4-4 可知，九年一貫課程學童的「分數運算」錯誤率低於八十二年版課程學童約 3.5%，九年一貫課程學童在「分數運算」上的表現似乎較佳，但並沒有很明顯。進一步分析發現，兩個錯誤率之百分比差異顯著性考驗未達顯著水準 ( $|z| < 1.96$ )，顯示兩個版本之學童在「分數運算」的答題表現沒有顯著的差異。

(三) 分數概念與運算測驗的個別題型答題表現之比較

接著研究者將「分數概念」試題分成「部份-全部」、「數線上的一個數值」、「整數相除的結果」、「比值」、「分數是一個數」等五個部分；另將「分數運算」試題分成「分數加法」、「分數減法」、「分數乘法」、「整數除整數」等四個部分，上述各題型分別進行百分比的差異顯著性考驗，來分析比較兩個版本學童在各題型答題表現的差異，所得結果如表 4-5 所示。

表 4-5 兩個版本學童個別題型錯誤率之百分比差異顯著性考驗一覽表

分數概念	對象	樣本數	測驗題數 (共 19 題)	平均數 (錯誤率)	z 值
部份-全部	九年一貫 課程學童	373	10	0.4907	0.70430
	82 年版 課程學童	422	10	0.4657	
數線上的一 個數值	九年一貫 課程學童	373	4	0.6895	2.34695 *
	82 年版 課程學童	422	4	0.6098	

整數相除的 結果	九年一貫 課程學童	373	2	0.3885	1.21197
	82 年版 課程學童	422	2	0.3470	
比值	九年一貫 課程學童	373	2	0.5870	0.38487
	82 年版 課程學童	422	2	0.5735	
分數是 一個數	九年一貫 課程學童	373	1	0.4990	2.85958 *
	82 年版 課程學童	422	1	0.3980	
分數運算	對象	樣本數	測驗題數 (共 8 題)	平均數 (錯誤率)	z 值
分數加法	九年一貫 課程學童	373	1	0.2520	0.09744
	82 年版 課程學童	422	1	0.2490	
分數減法	九年一貫 課程學童	373	5	0.3124	-2.1807 *
	82 年版 課程學童	422	5	0.3864	
分數乘法	九年一貫 課程學童	373	1	0.4370	0.76911
	82 年版 課程學童	422	1	0.4100	
整數 除整數	九年一貫 課程學童	373	1	0.4750	1.69958
	82 年版 課程學童	422	1	0.4150	

1.分數概念部分：

- (1) 由表 4-5 可知，九年一貫課程學童在分數的「數線上的一個數值」、「分數是一個數」概念錯誤率分別高於八十二年版課程學童約 8.0%、10.1%，再進一步分析發現，兩組錯誤率之百分比差異顯著性考驗皆已達顯著水準 ( $|z| > 1.96$ )，顯示八十二年版課程學童在分數的「數線上的一個數值」與「分數是一個數」概念的答題表現明顯優於九年一貫課程學童。
- (2) 另由表 4-5 可知，九年一貫課程學童在分數的「部份-全部」、「整數相除的結果」、「比值」概念錯誤率分別高於八十二年版課程學童約 2.5%、4.15%、1.35%，顯示九年一貫課程學童的表現似乎較落後，但幅度並沒有很明顯。進一步分析發現，這三組錯誤率之百分比差異顯著性考驗皆未達顯著水準 ( $|z| < 1.96$ )，顯示兩個版本之學童在分數的「部份-全部」、「整數相除的結果」、「比值」概念上的答題表現並沒有顯著的差異。

2.分數運算部分：

- (1) 由表 4-5 可知，九年一貫課程學童在「分數減法」運算測驗錯誤率低於八十二年版課程學童約 7.4%，再進一步分析發現，兩個錯誤率之百分比差異顯著性考驗已達顯著水準 ( $|z| > 1.96$ )，顯示九年一貫課程學童在「分數減法」的答題表現明顯優於八十二年版課程學童。
- (2) 另由表 4-5 可知，九年一貫課程學童在「分數加法」、「分數乘法」、「整數除整數」運算測驗的錯誤率高於八十二年版課程學童約 0.3%、2.7%、6.0%，顯示九年一貫課程學童在分數的「分數加法」、「分數乘法」、「整數除整數」的答題表現似乎較落後。進一步分析發現，這三組錯誤率之百分比差異顯著性考驗未達顯著水準 ( $|z| < 1.96$ )，顯示兩個版本之學童在「分數加法」、「分數乘法」、「整數除整數」運算測驗上的答題表現並沒有顯著的差異。

## 伍、結論與建議

### 一、結論

依據本研究的研究結果，獲得下列幾點結論，分兩部分說明如下：

(一) 首先本研究以高雄市、高雄縣、屏東市、屏東縣的六所國小學童為例，針對九年一貫數學課程實施後，目前國小五年級學童的分數概念與運算之學習狀況來進行研究，研究結果顯示：

1. 在本研究的測驗中，學童的整體平均錯誤率為47.6%，以研究者長期任教於小學的經驗來看，這個錯誤率對小學生的數學來說是偏高的，所以可知「分數課程」對小學的數學領域來說，的確是屬於較難且學童不易弄清楚的部分。其中「分數概念」比「分數運算」的平均錯誤率高約19.16%（錯誤率：分數概念53.24%，分數運算34.08%）。而且兩個錯誤率之平均數t考驗已達顯著水準，顯示學童的「分數運算」的答題表現明顯優於「分數概念」的答題表現，由此可見對學童來說，「分數概念的學習」應該比「分數運算的學習」更加困難。
2. 「數線」模式題目的平均錯誤率為68.95%，也是所有模式題型中平均錯誤率最高的，比其他題型高出甚多，這結果印證了「分數數線模式」是國小、甚至是國中學生感到困難的部分（湯錦雲，2002；黃寶彰，2003），這發現也符合楊壬孝（1989）在「國民中小學生分數概念的發展」的研究結果：國小五年級學生的數線觀念均未成熟。
3. 測驗題目中錯誤率最低的是表4-1第一部分題號18，其錯誤率為17.2%，題型屬部份-全部一分數大小的比較，顯見學生對於分數大小的比較已較有概念，大部分都能了解分母大小與分數大小的相對關係。
4. 在「分數的數與量概念辨別」的個別題目方面，學童錯誤率達70.8%，可知辨別「分數的數與量」對五年級學童仍屬困難的題型，「數」與「量」的觀念尚未完全建立，所以較易混淆。
5. 至於學童在「分數運算」方面的表現，分析其中各題型答題表現的優劣順序，恰好按學童在小學所接觸或學習的先後順序排列，順序即為加、減、乘、除，

所以「分數乘、除法」對於小學學童，仍屬於不易理解的單元，有些學童可能會運算，但未必了解其中的意義。

- 6.在「分數減法」中，則是「分數減分數」的表現比「整數減分數」的表現還要好，錯誤率相差5.6%。尤其當分數部分不夠減時，需要向整數借1的計算，此時有些學童容易受到整數加減的十進位影響。

(二)兩個不同數學課程版本(九年一貫與八十二年版)之國小五年級學童在分數概念與運算的表現情形來進行比較分析，所得研究結果顯示：

- 1.整體而言，雖然九年一貫學童的「分數概念與分數運算」錯誤率略高於八十二年版學童約1.9% (錯誤率：九年一貫47.6%，八十二年版45.7%)。但兩個錯誤率之百分比差異顯著性考驗未達顯著水準，顯示兩個版本之學童在此測驗中的整體答題表現並沒有顯著的差異。

- 2.將測驗試題分成「分數概念」及「分數運算」兩個部分，其中「分數概念」是八十二年版學童表現較佳，而「分數運算」則是九年一貫學童表現比較好，詳述如下：

- (1)九年一貫學童的「分數概念」錯誤率高於八十二年版學童約4.1% (錯誤率：九年一貫53.2%，八十二年版49.1%)。兩個錯誤率之百分比差異顯著性考驗未達顯著水準，顯示九年一貫學童在「分數概念」上的表現似乎較落後，但並沒有很明顯。

- (2)九年一貫學童的「分數運算」錯誤率低於八十二年版學童約3.5% (錯誤率：九年一貫34.1%，八十二年版37.6%)，顯示九年一貫學童在「分數運算」上的表現似乎較佳，但優勢並沒有很明顯。而兩個錯誤率之百分比差異顯著性考驗未達顯著水準，顯示兩個版本之學童並沒有顯著的差異。

- 3.將「分數概念」試題分成「部份-全部」、「數線上的一個數值」、「整數相除的結果」、「比值」、「分數是一個數」等五種題型，而這五種題型皆是八十二年版學童表現較佳，但因各種題型的錯誤率差距有別，所以仍有程度上的差別，詳述如下：

- (1)其中「部份-全部」、「整數相除的結果」、「比值」題型錯誤率分別高約

2.5%、4.15%、1.35%，但在這三種題型中，三組錯誤率之百分比差異顯著性考驗皆未達顯著水準，顯示兩個版本之學童在這三種題型的答題表現並沒有顯著差異。

(2) 另外在「數線上的一個數值」題型則高約 8.0%，在「分數是一個數」題型的差別更高達 10.1%，在這二種題型中，兩組錯誤率之百分比差異顯著性考驗皆已達顯著水準，顯示八十二年版學童在這二種題型的答題表現明顯優於九年一貫學童。

4. 另將「分數運算」試題分成「分數加法」、「分數減法」、「分數乘法」、「整數除整數」等四種題型，而這四種題型中，只有「分數減法」題型是九年一貫學童表現較佳，其餘三種題型皆是八十二年版學童表現比較好，詳述如下：

(1) 其中九年一貫學童在「分數加法」、「分數乘法」、「整數除整數」題型錯誤率分別高約 0.3%、2.7%、6.0%，單從錯誤率的數據來看，在「分數加法」的表現不相上下，而九年一貫學童在「分數乘法」、「整數除整數」題型的表現似乎較落後，但不是特別明顯。但在這三種題型中，三組錯誤率之百分比差異顯著性考驗皆未達顯著水準，顯示這三種題型的答題表現並沒有顯著差異。

(2) 但另外在「分數減法」題型的錯誤率則是八十二年版學童高約 7.4%，且兩個錯誤率之百分比差異顯著性考驗已達顯著水準，顯示九年一貫學童在「分數減法」運算的答題表現明顯優於八十二年版學童。

5. 本測驗題目共 27 題（「分數概念」19 題，「分數運算」8 題），八十二年版學童在其中 18 題（「分數概念」15 題，「分數運算」3 題）表現比較好，而九年一貫學童則在另外 9 題（「分數概念」4 題，「分數運算」5 題）表現比較好，若單從個別題目的數量來比較兩個版本之國小五年級學童在「分數概念與分數運算」的表現情形來看，應該是八十二年版學童表現較好一點。

## 二、建議

### (一) 對課程方面的建議

#### 1. 國小數學課程應適時加入數線模式的教學：

在國小分數教學時的圖像表徵上，不要僅限於面積模式或是離散量模式，也要適時加入數線模式，這樣才能幫助學生建構完整的分數概念。目前國小數學課程中較少編排與數線相關的教材，所以本研究學童在「數線」模式的錯誤率偏高，數線概念對國小學童來說，其實比一般圖形表徵更抽象、更難理解，不易連結到學生目前既有的分數概念。

#### 2. 依據本研究的結果，得知目前學童在「數線」模式、離散量的「部份—全部」模式、「比例、比值」模式、「分數的數與量概念辨別」、「分數的估測」、「分數稠密性」的題型錯誤率均高於50%，還有很大進步空間，因此，長期妥適的做法是建議教科書的編輯小組日後能針對上述題目或題型的相關課程進行檢討、修改甚至補強；短期應急的做法則是針對上述疏漏之處，教科書的編輯小組能提供現職教師補強教材來進行補救教學，希望因此能提升國小學童在分數概念與運算的能力，使「分數課程」不再成為教師與學童的困擾。

### (二) 對分數教學方面的建議

#### 1. 教學時運用多種不同形式的具體物(包含連續量和離散量)來幫助學生學習：

在離散量的分數概念教學時，若可以運用各色的長方體數學積木、各色的平面方瓦及花片，相信會提高學童學習的興趣，並增加其學習效果；另外圓形分數板則適用於連續量的問題情境，能讓學童直覺地看出分數量的大小。

#### 2. 在分數的教學上，應該結合學生的生活經驗，教師應提供學生足夠時間來操作具體物，讓學童實際參與分割或分配，再經由師生間或學童間之經驗交流，主動建構出屬於學童自己的分數概念。

## 參考文獻

### 中文部分

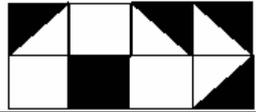
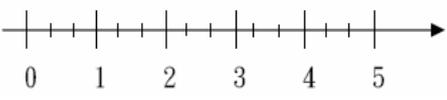
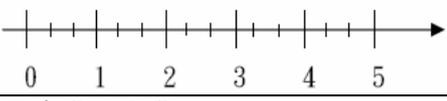
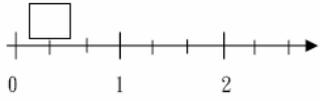
- 教育部（1993）。**國民小學課程標準**。台北市：教育部。
- 教育部（2001）。**國民中小學九年一貫課程暫行綱要數學學習領域**。台北市：教育部。
- 教育部（2003）。**國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域**。台北市：教育部。
- 黃寶彰（2002）。六、七年級學童數學學習困難部分之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 湯錦雲（2002）。國小五年級學童分數概念與運算錯誤類型之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 楊壬孝（1989）。國中小學生分數概念的發展。國科會專題研究計畫成果報告（編號：NSC-78-0111-S003-06A）。執行單位：國立台灣師範大學數學系。
- 楊順惠（2005）。九年一貫課程實施前後對數學能力的影響分析－以高雄市為例。國立中山大學社會科學院高階公共政策碩士學程碩士在職專班碩士論文。
- 詹婉華（2003）。國小高年級學童分數概念之探究。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文。

### 西文部分

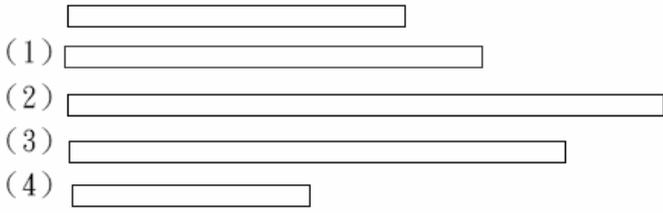
- Novillis, C. F. (1976). An Analysis of the Fraction Concept into a Hierarchy of Selected Subconcepts and the Testing of the Hierarchical Dependencies, *Journal of Research in Mathematics Education*, 131-144.

## 附錄

兩個版本之「分數概念與運算測驗」題目暨錯誤情形統計對照表

題 目	錯誤率 (%)	
	82年版	本研究
第一部份		
1.請圈出右圖中 $\frac{1}{4}$ 的彈珠。 	43.6	49.6
2.右圖中黑色部分是不是全部圖形的 $\frac{1}{2}$ ? 	22.5	20.6
3.下圖中黑色部分佔了全部圖形的幾分之幾？ 答：_____ 	28.2	29.5
4.圈出下圖黑珠子的 $\frac{1}{2}$ ，那麼圈出的黑珠子是下面圖形全部的幾分之幾？ 	53.8	68.4
5.請用箭頭↓在下列數線標出所給各數： (1) $1\frac{1}{3}$ 	47.4	60.6
(2) $\frac{5}{3}$ 	64.5	69.7
6.請在下列數線□中填上分數。 (1) 	55.5	64.3
(2) 	76.5	81.2
7.甲等於 $\frac{3}{8}$ 公斤的水果，乙等於 $\frac{3}{8}$ 。 答：_____ (1) 甲等於乙 (2) 甲不等於乙 (3) 不能比較。	55.2	70.8

題 目	錯誤率 (%)	
	82年版	本研究
8. $\frac{1}{4}$ 與下列哪一式子相同。答：_____。 (1) $1+4$ (2) $1-4$ (3) $4-1$ (4) $1\times 4$ (5) $1\div 4$ (6) $4\div 1$	25.1	25.7
9. 有5條巧克力，平均分給七個人，每人得多少條？ 答：_____	44.3	52.0
10. 甲 = 6，乙是甲的 $\frac{1}{3}$ ，乙 = ? 答：_____	55.5	61.9
11. 姊姊有7元，弟弟有8元，姊姊的錢是弟弟的錢的多少倍？ 答：_____	59.2	55.5
13. 小明說：「 $\frac{1}{4}$ 是一個數。」，請問小明所說的這句話對不對？ (1) 對 (2) 不對 答：_____	39.8	49.9
14. 這是一盒糖果  請問  是3分之( ) 盒糖果。	53.6	55.8
15. 右圖中  斜線面積是全部的4分之( )。	45.7	37.5
16. 下面的圖形代表一支甘蔗，請問哪一個圖形代表 $\frac{4}{7}$ 支甘蔗？  (1)  (2)  (3)  (4) 	58.1	68.4

題 目	錯誤率 (%)	
	82年版	本研究
17. 下面的圖形代表 $\frac{2}{3}$ 支甘蔗，請問哪一個圖形代表1支甘蔗？ 	66.8	72.9
18. 一張色紙分成12等分，請問 $\frac{1}{4}$ 張和 $\frac{1}{3}$ 張，哪一張大？ 答：_____	38.2	17.2
第二部份（以分數作答，要寫出計算過程）		
1. $6 + \frac{9}{8} =$	24.9	25.2
2. $2 - \frac{3}{8} =$	35.5	30.8
3. $6 - \frac{5}{3} =$	39.5	35.7
4. $3 - 2\frac{1}{2} =$	40.5	34.0
5. $5\frac{3}{8} - \frac{9}{8} =$	37.9	27.3
6. $5\frac{2}{5} - 3\frac{3}{5} =$	39.8	28.4
7. $2 \times 2\frac{1}{3} =$	41.0	43.7
8. $13 \div 3 =$	41.5	47.5
樣本總數	422 人	373 人