

以線段圖融入動態評量設計分數兩步驟文字題補救教材與教學

王富生¹、劉曼麗²

¹國立屏東大學科普傳播學系研究生

²國立屏東大學科普傳播學系教授

摘要

本文旨在：以線段圖為輔助，融入動態評量，提示學生依線段圖判斷分數兩步驟文字題中已知數間的關係，透過動態評量與學生間的互動來引導教學。以線段圖融入動態評量設計分數兩步驟文字題的補救教材及教學，期能對學生學習分數兩步驟文字題能有所助益，以及教學者於分數兩步驟文字題教學或補救教學時有所參考。

關鍵字：線段圖、動態評量、分數兩步驟文字題、補救教材

壹、前言

美國「全國數學教師協會」(National Council of Teachers of Mathematics, 簡稱 NCTM) 十分強調學童在進行數學學習時, 解題歷程的重要性。教育部在九年一貫課程和十二年國民基本教育課程綱中, 也將解決問題列為基本項目之一。在九年一貫數學課程綱要「數與量」主題的能力指標和分年細目中, 可發現數學領域課程越來越強調四則運算的解題能力, 兩步驟問題更是一、二階段學生學習的重點, 也是之後學習多步驟文字題的基礎。然而學生在兩步驟文字題的解題表現很不好(蔣治邦、鍾思嘉, 1991, 謝佳伶, 2007), 分數兩步驟問題中的加除和減除兩類型又一直是學生錯誤率最高的題型(曹宗萍、林能傑, 1995; 呂侑時, 2012; 黎苑彤, 2016; Nesher & HersHKovitz, 1994), 因此希望針對此兩類型來設計補救教材與教學, 以期幫助學生跨越障礙。

相關研究發現, 動態評量強調內在認知的歷程, 很適合運用在注重邏輯推理的數學領域上, 在數學觀念的釐清上, 有很大的成效(林佳蓁, 2006; 康昆利, 2003; 許家驊, 2001)。動態評量基於互動的模式, 在教學前、教學中與教學後, 對學生提供諸如「鷹架式(scaffold)」的問題解決架構或協助, 以了解學生解答問題所需的最大協助量, 能因應及調整評量情境的方式, 對學生的認知能力進行持續性的評量, 了解教學與認知改變的關係(林麗容, 1995; 黃桂君, 1995)。所以以動態評量的方式來設計補救教材應是不錯的選擇。

另外, 許多有關解題的研究(吳昭容, 1990; 蔣治邦, 2001; Van Garderen, 2006, 2007)指出, 在解題一開始, 要求學童用圖示表徵將文字題中相對應的條件表示出來, 是一種有助於幫助分析文字題的方法。圖解可以作為學生對於問題的具體瞭解和抽象數字之間的一座橋樑(吳昭容, 1990; 徐文鈺, 1992; 戴文賓, 1998; Hayes, 1989)。教科書也有使用線段圖表徵來輔助理解問題, 學童對線段圖並不陌生。所以再將線段圖引進動態評量中, 使用線段圖做為輔助工具, 希望能為以動態評量的方式來設計分數兩步驟文字題的補救教材帶來加持的成效。

貳、動態評量的理論基礎

動態評量(dynamic assessment)是 1970 年代末新興的評量方式, 評量過程

中，強調教師與學生的互動，配合受試者的實際需求，提供必要的協助，引導受試者成功解題。最主要的論點是俄國心理學家 Vygotsky 的社會認知發展理論，強調社會中介與內化兩個觀點，並提出「近側發展區」(zone of proximal development) 的概念以評估學習潛能（莊麗娟，1996）。

動態評量中的「動態」有二個涵義（吳國銘，洪碧霞，邱上貞，1995）：一是跨多個時間點，觀察受試者的進步及改變情形，即連續用「測驗－教學－測驗」程序。二是受試者與施測者有適量互動，是歷程、協助、診斷導向，可了解受試者的學習歷程與發展脈絡。特色是兼重學習結果與學習歷程，強調結合評量和教學。

動態評量有助於了解學生常見的錯誤類型，並歸納出學生所需的提示協助。朱經明、蔡玉瑟（2000）以動態評量診斷國小五年級數學障礙學生的錯誤類型，區辨學生在閱讀、計算方面的困難，並歸納出運用提供列式、關鍵字提示、圖示或簡化題目等中介協助下，學生的解題困難較能獲得解決。相關實證研究中也顯示動態評量具有區辨效益，低成就組學生在動態評量提示機制下，所運用的提示次數較多，進步情形也較顯著。（林佳蓁，2006；林丹雁，2009）。

依評量目的、內容等方面的不同，相關動態評量的理論模式可見下表 1：

表 1 動態評量的理論模式

項目	測驗-訓練-測驗	學習潛能評量	測驗極限模式	漸進提示歷程	持續性評量
理論取向	智力是可訓練的概念化觀念	中介學習是認知發展所必須的	由於智力與個別因素造成訊息處理上的個體內在差異	Vygotsky 的社會文化認知發展理論	學習係視直接經驗而決定的中介學習取向
評量之目的	1.鑑定 MR 之錯誤分類 2.鑑定哪些學生可以在	1.鑑定認知功能知缺陷 2.評估反應，進行教	1.針對一般智力能力，提供較敏感的指標	1.鑑定兒童在學業失敗上的責任 2.藉有效測	1.解釋不同教學歷程之效果 2.在介入的

	特殊教育班級的課程與教學下，獲得助益	學	2.去測量何種範圍的學習特徵，可與測驗情境互動	量學習能力工具的發展，增進分類之功能	過程中，分辨有效的成分
教學型式	標準化的教學成分（熟悉作業之需求、讚美、及解題策略的檢查	基於中介原則的非標準化的臨床介入	標準化的介入，包括測驗程序的改變、及反覆的測驗（口語回饋）	標準化的暗示或提示之設計，以增進其明確性	1.非標準化臨床介入（熟悉作業、教特殊規則及回饋） 2.標準化介入（漸進提示）
結果	一般而言，中產階級兒童在特殊教育班級中，多被發現為無獲益者，對於提供給低社經兒童在特殊班中之獲益則較大	在動態評量中，合宜的訓練與作業的組織，可以讓個體獲得更適合新情境的原則，使其有更好的表現水準。且根據其表現之缺陷功能，可鑑定其困難在於輸入、輸出或精緻化階段	口語化的測驗情境及精緻化的回饋，可使表現達更高的水準。與靜態評量相比，動評可以估計出較高的能力，且降低測驗的焦慮	動態評量可對學習與遷移的表現，做較正確的估計。能力之水準，可由學習與遷移歷程之效果差異看出，具高學業能力者，比能力低者，只需較少的協助	動態評量之中介提示成分，可得到較漸進提示技巧更高的學習遷移效果，一般而言，教師由動態評量測量學生之表現，將較靜態評量歷程為佳

資料來源：Jitendra 和 Kameenui (1993, P.13) 孫扶志譯

參、線段圖表徵的內涵

線段圖是幾條線段組合在一起，用來表示文字題中的數量關係，可幫助解題者分析題意，為解答問題的一種平面圖形（林施君，2013）。線段圖形式的表徵容易彰顯問題中數量間的「部分—全體」關係，進而發展運用「部分—全體」關係分析來理解問題情境的能力，提升數學概念的層次（蔣治邦，2001）。

下面將介紹三種國內外研究所採用的線段圖：

Lewis (1989) 的線段圖圖示系統呈現方式，除了要有基本數線外，在已知數和未知數的標示用直線來標記，若未知數在右邊表示增加，在左邊表示減少，且以箭頭來幫助或減少的視覺提示。但面對乘除問題較難表示，較難運用於兩步驟的問題上。如下圖 1：



圖 1：Lewis 的線段圖

吳昭容 (1990) 對線段圖的定義，線段圖並非嚴格定義的數線，因並未標示原點，也未標示出一個單位長度，而是線段長短代表數量的大小，線段圖呈現方式為用弧線來表示已知數或未知數的起點和終點，用？來表示未知數。如下圖 2 所示。此種線段圖表徵，較符合各類文字題的多變性和延展性，與一般教科書上的數線圖較類似。

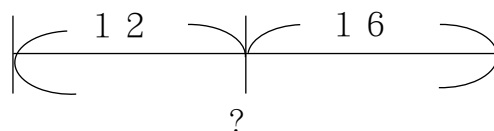


圖 2：吳昭容的線段圖

古明峰（1997）的語意結構圖示策略與吳昭容線線圖策略類似，但採用兩條線段，並用虛線來表示未知的量，以比較之間的差異。如下圖 3 所示。此線段圖呈現方式，較適用於加減法中比較類的題型。

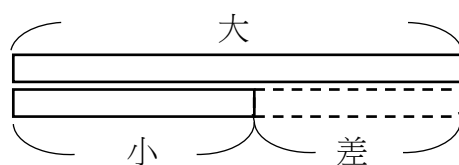


圖 3：古明峰的線段圖

因吳昭容和古明峰所使用的線段圖表徵，較符合各類文字題的多變性和延展性，與一般教科書上的線段圖較類似，故動態評量中所引進的線段圖也以此二種方式表示。

肆、分數兩步驟文字題的補救教材內容

兩步驟文字題通常可以基模分類或運算分類，因本設計採取運算分類來設計題目，主要有：

- 一、若無括弧且只有乘除或加減時，則由左往右算。
- 二、若無括弧有乘除和加減時，則需先乘除後加減。
- 三、若有括弧時，裡面的數字先運算，但括弧遵循前二個方法計算。

在這樣的規則下所形成的解題步驟有兩步驟、三步驟，甚至更多步驟。以下針對運算分類來探討，本文所涉及的分數四則混合運算只聚焦在兩步驟問題，其可形成以下三類題型：

$$a \star b \blacklozenge c \quad (a \star b) \blacklozenge c \quad a \star (b \blacklozenge c)$$

其中★和◆代表+、-、×、÷等四種運算符號。每一類型的第一個運算符號有 4 種情形，而第二個運算符號也有 4 種情形，共可配出 16 種題型，則三類題型可形成 48 種題型，又發現依運算順序相同，也算是重複題型。因此 48 種題型扣掉 20 種重複結果，最後剩下 28 種題型。將這 28 種題型又再分類成四大類，分述如下表 2：

表 2：兩步驟文字題類型彙整表

	$a \star b \blacklozenge c$	$(a \star b) \blacklozenge c$	$a \star (b \blacklozenge c)$
第一類	$a+b+c$	$-(a+b)+e$	$a+(b+c)$
加減型	$a+b-c$	$-(a+b)-e$	$a+(b-c)$
	$a+b+c$	$-(a-b)+e$	$a-(b+c)$
	$a-b-c$	$-(a-b)-e$	$a-(b-c)$
第二類	$a+b \times c$	$(a+b) \times c$	$a+(b \times c)$
加（減）	$a-b \times c$	$(a-b) \times c$	$a-(b \times c)$
乘型	$a \times b+c$	$-(a \times b)+e$	$a \times (b+c)$
	$a \times b-c$	$-(a \times b)-e$	$a \times (b-c)$
第三類	$a \div b+c$	$-(a \div b)+e$	$a \div (b+c)$
加（減）	$a \div b-c$	$-(a \div b)-e$	$a \div (b-c)$
除型	$a-b \div c$	$(a-b) \div c$	$a-(b \div c)$
	$a+b \div c$	$(a+b) \div c$	$a+(b \div c)$
第四類	$a \times b \times c$	$-(a \times b) \times e$	$a \times (b \times c)$
乘除型	$a \times b \div c$	$-(a \times b) \div e$	$a \times (b \div c)$
	$a \div b \times c$	$-(a \div b) \times e$	$a \div (b \times c)$
	$a \div b \div c$	$-(a \div b) \div e$	$a \div (b \div c)$

資料來源：黎苑彤(2016)線段圖表徵對國小六年級學童解分數兩步驟文字題之影響
 註：有刪除線代表重覆題型，顏色加深處為本教材使用題型

因學生在分數四則運算文字題解題歷程各概念的表現，以第一類加減型兩步驟的答題表現較佳，其次是第二類加（減）乘型兩步驟，第三類加（減）除型兩步驟及第四類乘除型兩步驟問題學生的表現最差（郭怡君，2012；詹麗

雯，2013）。故本文主要在探討第三類加（減）除型兩步驟及第四類乘除型兩步驟問題，由前述第三類八種題型加第四類六種題型共十四種題型以此發展為試題題型依據。如下表 3：

表3：題目類型分析表

題目向度	題目類型	題目
加(減)除兩步驟	$a + b \div c$	【1】一袋糖果只分給 <u>小可</u> 和 <u>太中</u> ， <u>小可</u> 分得 $\frac{3}{5}$ 公斤， <u>小可</u> 分得的糖果是 <u>太中</u> 的 $\frac{3}{4}$ 倍，請問這袋糖果原有多少公斤？
	$a - b \div c$	【2】 $17\frac{1}{2}$ 公尺的繩子剛好可以編 15 個中國結， $1\frac{5}{9}$ 公尺的繩子編完一個中國結後，還剩下多少公尺？
	$a \div b + c$	【3】 $4\frac{2}{3}$ 公升的豆漿平分裝成 7 袋。媽媽買一袋豆漿回家放入冰箱，但是家裡冰箱裡還有 $2\frac{4}{5}$ 公升的豆漿，請問家裡共有多少公升的豆漿？
	$a \div b - c$	【4】把 $16\frac{1}{5}$ 公斤的紅豆平均分成 9 包出售，媽媽買了一包回來，煮紅豆湯用了 $1\frac{2}{5}$ 公斤的紅豆，請問這包紅豆還剩下幾公斤？
	$(a + b) \div c$	【5】飲料店紅茶有 $18\frac{5}{6}$ 公升，豆漿 $12\frac{2}{3}$ 公升，混和後每 $1\frac{1}{2}$ 公升裝成一杯，問共可以裝成幾杯紅茶豆漿？

(a - b) ÷ c	【6】美美咖啡準備了 $12\frac{3}{10}$ 公升的咖啡和 $9\frac{3}{5}$ 公升的奶茶，若以容量 $\frac{3}{10}$ 公升的茶杯來裝，所準備的咖啡比奶茶多幾杯？
a ÷ (b + c)	【7】<u>睿儀</u>寫日記和溜直排輪共花了 $4\frac{1}{4}$ 小時，寫日記的時間是溜直排輪的 $\frac{1}{3}$ 倍，請問溜直排輪花了幾小時？
a ÷ (b - c)	【8】小明參加馬拉松比賽，若已走完馬拉松比賽全程的 $\frac{3}{8}$，還剩下 $2\frac{1}{4}$ 公里未跑完，請問馬拉松比賽全程是多少公里？
乘、除兩步驟 a × b × c	【9】長方體長 $4\frac{2}{3}$ 公分，寬為 $2\frac{1}{7}$ 公分，高 $\frac{5}{6}$ 公分，求體積多少立方公分？
a × b ÷ c	【10】一瓶梅子汁有 $\frac{9}{10}$ 公升，媽媽買了 8 瓶，再每 $\frac{3}{5}$ 公升裝成一盒冰起來，打算做梅子冰沙，問媽媽可以分成幾盒？
a ÷ b × c	【11】銅絲 $\frac{1}{2}$ 公尺重 $3\frac{1}{3}$ 公斤，$2\frac{2}{3}$ 公尺重多少公斤？
a ÷ (b × c)	【12】$1\frac{1}{3}$ 公升的綠豆汁裝成一瓶，每 6 瓶裝一箱。$6\frac{2}{5}$ 公升的綠豆汁，相當於可裝成多少箱？
a ÷ (b ÷ c)	【13】$\frac{4}{5}$ 包米重 $3\frac{1}{3}$ 公斤，$35\frac{5}{6}$ 公斤的米一共可以裝成幾包？
a ÷ b ÷ c	【14】今年<u>凱蒂</u>的年齡是<u>珮珮</u>的 $\frac{6}{10}$，<u>維尼</u>的年齡是<u>凱蒂</u>的 $\frac{2}{3}$。如果<u>維尼</u>今年 24 歲，那麼<u>珮珮</u>今年幾歲？

伍、分數兩步驟文字題補救教材的設計說明

林福來（1992）曾針對教學設計，提出以下看法：

- 一、教學設計之前，不僅要分析欲教的解題方法，同時要詳述學生自己發展的解題策略。
- 二、教學設計要能凸顯學生解題策略的侷限性，使欲教的方法有明顯的學習動機。
- 三、教學活動的次序安排，要盡量減低學生的工作記憶量。
- 四、學習過程中，學生要有資源可以自我檢查自己的答案是否正確；即所謂的立即回饋原則。
- 五、對於學生常犯的錯誤，教學設計務使學生有機會察覺自己錯了，亦即產生認知衝突。

Streefland（1991）在其提倡的現實數學教育中，提出了五個教學原則：

- 一、實例：實例不只應該是學生形成數學知識進程中的啟蒙之源，同時也是獲得知識之後再回顧、應用的領域。
- 二、主動：提供機會讓學生能主動對自己學習歷程有所貢獻，學習者扮演建構者，組織自己的數學知識。
- 三、表徵：重視學習歷程中所產生的符號、圖形與視覺模型等表徵。
- 四、互動：包含學生間和師生間的互動。
- 五、編織：數學概念之間存在密切的內在相關性，良好的學習活動設計可以預留往後相關概念的發展空間。

以上二位學者都強調了「回饋」在數學知識學習的過程中的重要地位，即教學者需提供適當的機會及支持，在和學生的互動間，讓學生自我檢查自己的策略，這正是動態評量所佔之優勢。Streefland提出表徵的重要性，更是凸顯線段圖對學生解題的重要性。

設計者蒐集分析單元課程中的重要概念，與學生學習時易犯錯的迷思概念與錯誤類型（曹宗萍、林能傑，1995；江秀紋，2015；黎苑彤，2016），讓教學者對於課程內容具備更深層的了解；之後，探求數學解題歷程理論（孫扶志，1998；許家驊，2009）、學生常見的解題困難等文獻資料（胡秋綾，2008；林君玲，2013），並參考相關動態評量實徵研究中曾經運用的中介提示方法（孫扶志，1998；許慧禎，2002），而為使實務運用上能更加確認學生解題困難之處，因此在增加「反詰問句」一欄於後，整合為本次動態評量的中介提示系統（如表4）即為本次設計動態評量中介提示系統之使用方式。

表 4：線段圖融入動態評量中介提示系統使用方式

提示序階	提示策略	反詰問句
1.簡單對錯回饋	提醒學生再次檢查解題過程，以確認學生是否具備自我檢核的能力。	請你再檢查一次是不是哪裡算錯了？
2.問題表徵之關鍵提示	1.以「關鍵字」方式解釋題意。	1.你能指出題目中的「已知條件」、「解題目標」嗎？
	2.協助學生提取題目中的「已知條件」、「解題目標」、「所需條件」等訊息。	2.你能說出解答問題「所需的條件」嗎？
	3.提供符號或專有名詞的對照表（或以口頭解釋）。	3.你知道「」（符號、專有名詞）的意思嗎？
	4.以圖示或較小、較簡單的數值說明或呈現概念。	4-1.這是類似的題目，只是數字更簡單，你知道怎麼做嗎？ 4-2.你知道要怎麼畫線段圖

		表示嗎？
	5.提供相對應的概念說明，或呈現公式解釋概念。	5.你知道可以用什麼觀念解題嗎？
3.具體物實例操作提示	1.提供解題步驟卡。 2.提供長紙條。 3.指出已知數的關係，讓學生找出相對應的關係。 4.指出計算錯誤之處，由學生自行檢驗。 5.將多階段的計算程序拆成小段。	1.你清楚解題的步驟嗎？ 2.你知道可以用什麼工具解題嗎？ 3.你知道已知數字及這些數字之間的關係嗎？ 4.你在這個步驟算錯了，請再算算看。 5.老師把計算步驟拆開，你再計算看看。
4.直接教學	教學者觀察學生在一系列的反詰問句後，仍不具備解題概念，則給予直接教學（提供非標準化協助）。	你知道題目的意思嗎？ （觀察學生概念錯誤之處提出適合的問句）

註：解題步驟卡為標示該題之基本解題步驟，內含該題之線段圖與關鍵句間的關係，使用時機為學生進入題示第三階段，輔助學生解題使用。

以「 $a + b \div c$ 」之提示系統為例，提示系統詳見表5。提示流程請看圖4。

表 5：動態評量教學提示步驟說明表

題目：一袋糖果只分給<u>小可</u>和<u>太中</u>，<u>小可</u>分得$\frac{3}{5}$公斤，<u>小可</u>分得的糖果是<u>太中</u>的$\frac{3}{4}$倍，這袋糖果原有多少公斤？	
步驟	教學活動說明
(一) 提示一：對錯回饋，以提供學生自我檢視答案的機會。(理解題意)	1.請學生再唸一次題目。 2.找出題目中已知與未知條件，思考其關係。 小可分得$\frac{3}{5}$公斤，小可分得的糖果是太中的$\frac{3}{4}$倍，這袋糖果原有多少公斤？ 已知 全部糖果未知 3.再檢查一次是不是哪裡算錯了？
提示二：擴大問題關鍵特徵，給予學生思考上的協助。(圖示表徵)	1.指導學生畫出線段圖，在線段圖中找已知條件。 小可分得的糖果是太中的$\frac{3}{4}$倍，你看線段圖，誰分的比較多？ 2. 由線段圖找出並標示已知數的關係，能說出解答問題「所需條件」嗎？ <u>太中</u>要怎麼分呢？ 3.再做一次題目。
提示三：提供具體物或實物以實例示範並提供操作。(如何列式)	1.請學生將具體物紙條做成按照線段圖一樣的大小。 這裡有二條紙條，請你把它按照線段圖的長度分成<u>小可</u>和<u>太中</u>的長度。 2.再由題目的已知條件來找出兩已知數的關係。

小可分得的糖果是大中的 $\frac{3}{4}$ 倍，所以小可的線段圖是不是 $\frac{3}{4}$ ？那麼誰是 1 呢？很好！大中是 1 條對不對？

3.再由兩已知數關係來列式求出未知。

$\frac{3}{4}$ 條代表 $\frac{3}{5}$ 公斤，那 1 條是代表多少公斤呢？怎麼算？

4. 再做一次題目。

提示四：提供具體物或實物以直接教學。(驗證答案)

1.以具體物紙條直接教學。

2.在出一題類題以驗證學生是否清楚如何解題。

下圖4為線段圖融入動態評量中介提示系統實例說明

例題：一袋糖果只分給小可和大中，小可分得 $\frac{3}{5}$ 公斤，小可分得的糖果是大中的 $\frac{3}{4}$ 倍，這袋糖果原有多少公斤？

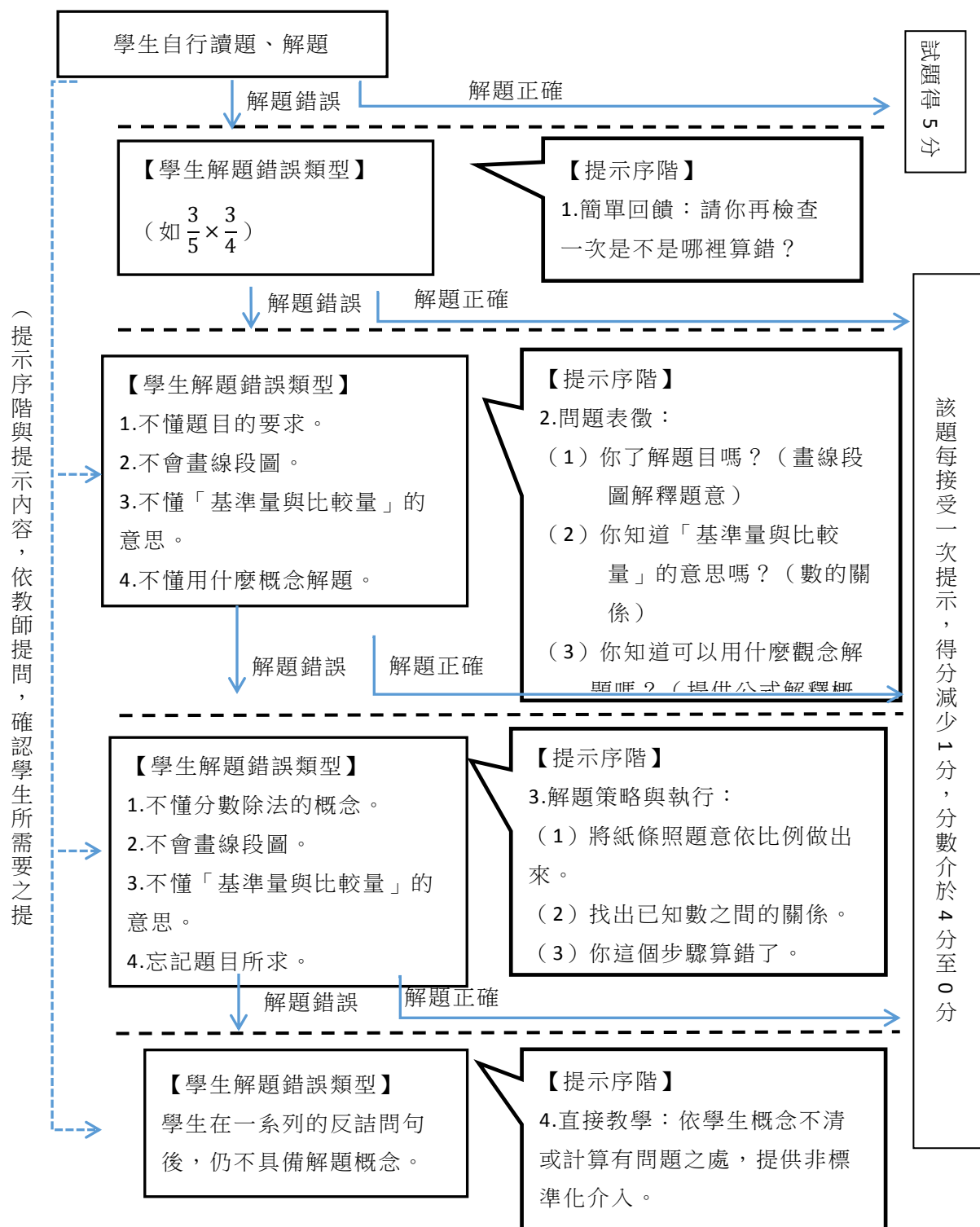


圖4：線段圖融入動態評量中介提示系統流程

陸、分數兩步驟文字題補救教材的教學

結語

線段圖是圖形表徵的一種，可用來轉譯問題。如學生在解決第三與第四類兩步驟文字題的已知部分量求全體量問題時，學生可透過線段圖上的份數與其所表示的部分量，推導出整體量，進而找出適當的運算來列出算式。學生以線段圖的輔助解題若遇到困難時藉由動態評量給予的提示、與教師進行互動；在互動過程中，有助教師察覺學生在傳統評量中被隱沒的潛能，增進學生學習成就，且能找出學生解題時容易發生的錯誤類型或迷思概念。

學生在動態評量的互動下，較有思考解題的動機，因此藉由融入線段圖為輔的動態評量方式，能帶給學生因評量而思考解題的動力。透過此方式提供適當的中介提示，能在教師與學生互動時，逐步將教學要求與評量結合，達到教學之成效。

參考文獻

- 古明峰（1997）。加減法應用題語文知識對於問題難度之影響暨動態評量在應用問題之學習與遷移歷程上研究。國立台灣師範大學，台北市。
- 江秀紋（2015）。國小學童文字表徵與線段圖表徵於分數應用問題之解題能力探討（未出版之碩士論文）。國立台中教育大學，台中市。
- 朱經明、蔡玉瑟（2000）。動態評量在診斷國小五年級數學障礙學生錯誤類型之應用成效。特殊教育研究學刊，000(018)，0173-0189。
- 吳昭容（1990）。圖示對國小學童解數學應用問題之影響（未出版之碩士論文）。國立台灣大學，台北市。
- 吳國銘、洪碧霞、邱上貞（1995）。國小學童在動態評量中數學解題學習歷程與遷移效益之探討。測驗年刊，42，61-84。
- 呂侑時（2012）。輕度障礙學生四則運算文字題解題表現分析與適性化數位學習成效之研究（未出版之碩士論文）。國立臺南大學，台南市。
- 林福來（1992）。數學概念的瞭解。國教之聲，27(1)，18-23。
- 林麗容（1995）。特殊教育評量的重要取向－動態評量。特殊教育學刊，56，1-5。
- 林佳蓁（2006）。電腦化動態評量教學系統在高職一年級學生複數單元學習成效之研究（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學，高雄市。
- 林丹雁（2009）。電腦化動態評量對計算困難學生加減法學習之成效（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學，高雄市。
- 林施君（2013）。線段圖表徵對國小學生代數解題表現之研究（未出版之碩士論文）。國立屏東教育大學，屏東市。
- 林君玲（2013）。後設認知策略教學對提升國小二年級學生加減文字題解題能力之成效（未出版之碩士論文）。國立台中教育大學，台中市。
- 周純妃（2014）。線圖表徵策略對國小輕度障礙學生解兩步驟加減法文字題之成效研究（未出版之碩士論文）。國立屏東教育大學，屏東市。
- 胡秋綾（2008）。國小學童比較類加減法文字題理解能力之研究（未出版之碩士

論文)。國立台中教育大學，台中市。

徐文鈺（1991）。圖示策略訓練課程對國小五年級學生的數學應用解題能力與錯誤類型之影響（未出版之碩士論文）。國立台灣師範大學，台北市。

孫扶志（1996）。認知解題策略對國小數學低成就學童文字題解題能力之實驗研究。測驗統計年刊，4，71-124。

莊麗娟（1996）。國小六年級浮力概念動態評量的效益分析（未出版之博士論文）。國立高雄師範大學，高雄市。

許家驊（2001）。國小三年級數學多階段動態評量之研究（未出版之博士論文）。國立高雄師範大學，高雄市。

許慧禎（2002）。提出的國小學童等值分數概念的補救教學－以動態評量介入。國立台南師範學院國民教育研究所未出版，臺南市。

許家驊（2009）。國小加減法數學文字題歷程導向解題評量題組之編製發展與能分研究。教育心理學報，40（4），683-706。

曹宗萍與林能傑（1995）。學生在新數學與現行數學課程中有關二步驟文字題解行為之比較研究。屏東科學教育，2，99-148。

康昆利（2003）。國小六年級小數概念動態評量的效益分析(未出版之碩士論文)。國立台北師範學院，台北市。

黃桂君（1995）。動態評量的模式特質與難題省思。特殊教育，55，1-9。

蔣治邦、鍾思嘉（1991）。低年級學童加減概念的發展。教育與心理研究，000（014），0035-0068。

蔣治邦（2001）。中年級學童「部份－全體」運思的發展：文字題選圖與解題作業表現的差異。中華心理學刊，43（2），239-254。

黎苑彤（2016）。線段圖表徵對國小六年級學童解分數兩步驟文字題之影響(未出版之碩士論文)。國立屏東大學，屏東市。

謝佳伶（2007）。國小中年級學童在二步驟比較類文字題的解題表現與錯誤類

型~以高雄市某國小為例（未出版之碩士論文）。國立屏東教育大學，屏東市。

戴文賓（1999）。國一學生由算術領域轉入代數領域呈現的學習現象與特徵(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化市。

Dufour – Janvier, B., Bednarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 109-122). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Hayes, R.J. (1989). *The Complete Problem Solver*. Hillsdale. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Jitendra, A. K. & Kameenui, E. J. (1993). Dynamic assessment as a compensatory assessment approach: A description and analysis. *Remedial and Special Education, 14*, 6-18.

Lewis, A. B., & Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 79*(4), 363-371.

Nesher, P. S. & HersHKovitz, S. (1994). The role of schemes in two-step word problems: Analysis and research findings. *Education studies in Mathematics, 26*, 1-23。

NCTM. (2000). Mathematics National Council of Teachers of. *Principles and standards for school mathematics*. Reston: VA:Author.

Streefland, L. (1991). Fractions in realistic mathematics education: *a paradigm of developmental research*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Van Garderen, D. (2006). Teaching visual representation for mathematics problem

solving. In M. Montague & A. K. Jitendra (Eds.), *Teaching mathematics to middle school students with learning difficulties* (pp. 72-88). New York, NY: The Guilford Press.

Van Garderen, D. (2007). Teaching students with LD to use diagrams to solve mathematical problems. *Journal of Learning Disabilities*, 40(6), 540-553.