

以建構理論學習初等數學對國小職前教師 數學教與學的影響

張 國 綱

國立屏東大學應用數學系副教授

摘 要

本研究以建構學習理論為基礎，對國小職前教師進行初等數學教學，並經由行動研究方法收集及分析資料，用以了解以建構學習理論學習數學對國小職前教師的影響以及他們的改變。職前教師在以往的數學學習經驗是痛苦的、厭惡的；學習的方法是記憶公式，快速解題，但是對解題過程不太重視。經過一學期以建構學習理論的方法學習數學，職前教師們體會了建構學習理論的優點，在學習的態度，學習的方法以及教學的認知上都所有改變。在數學學習上的改變，職前教師們從厭惡數學變成對數學學習產生興趣。在學習的習慣上的改變，職前教師們從以往記憶、背誦公式的方式，變成以數學的概念上思考為重點。而在數學的教學上的改變，在職前教師們體會了建構學習理論的優點後，大都願意在日後的教學上使用建構理論教學。

關鍵字：建構學習理論，合作學習，討論對話式教學，行動研究，
數學師資教育，普通數學

壹、緒論

九年一貫數學領域正式綱要(教育部, 2003)要求學生能與他人分享思考歷程與成果、互相幫助解決問題、並能尊重同儕解決數學問題的多元想法及關懷同儕的數學學習。九年一貫數學領域正式綱要所要求的學習能力指標和建構學習理論的精神是相符合的。

部分現職教師在考試領導教學的思維下，習於傳統教學方法。傳統教學方法是老師在台上演示教學，學生在台下模仿學習。傳統的老師在台上口沫橫飛的講課，同學靜默的在台下聽講。老師飛快的介紹一些重要的數學知識，可是同學在台下能吸收理解的內容卻少之又少。在此教學模式下，學生或可在考場上取得高分，然而同儕之間是競爭多而少有合作。

Cuban(1993)觀察到當一位初任教師離開師資培育機構到學校教授數學概念時是依據老師當學生時對該科的學習經驗來教導學生。Tompson(1985)也認為初任教師的概念及實作大多是受其進入教育學程之前的學習經驗所影響。

曾經訪談一位現職國小老師，據其所言，在某師資培育機構學習時，教授利用各種錄影帶、演示教學的方式教導同學如何使用合作學習方式教學，可是該教授教導數學課時卻仍然採取傳統講述教學的模式教導學生。

如果依照 Tompson 及 Cuban 所言，師資培育機構(師範大學，教育大學以及各大學師資培育中心)在教導學生各種教育理論及數學科的教學方法的同時，卻在同學學習數學知識時，回到傳統的學習方式教學。那又如何能要求學生畢業後以師生互動的方式上課呢？

數學教育的目的是希望尋求一適當的方法將數學知識傳遞至下一代。就數學抽象本質而言，學習數學的過程本身就是一種建構活動(鄭毓信, 1998)。但是要達到建構學習理論的這種境界，教師的數學素養必須要提高到可以掌控全局，對數學素材的意義了然於心的境界。而現今國小老師所受到數學訓練是以傳統數學學習方式來學習數學，以這樣的數學訓練來實施建構式教學，可能有所不足(翁秉仁, 2003)。姚如芬、郭重吉、柳賢(2001)在研究中也發現學生對於數學知識整體結構與內涵的認識並不透徹，因而

也認為如何加強職前教師的數學課程知識，是師資培育者應當思考的課題。本研究就是希望在普通數學課程中，借由合作學習的方法，學生不僅能體認合作學習理論的優點並且能在數學知識上有所得。

剛來這所師資培育大學任教之時，我的教學方法是延襲傳統的教學方法：老師在台上講解課程內容，同學靜默的在台下聽課。可是每當我希望知道同學是否了解上課的內容而詢問同學時，往往看到的是台下一片呆滯的眼光。另外，和學生接觸後，發現大部分的同學以往的數學學習經驗都是快速的代入公式，快速的計算然後快速的得到解答。因此同學們的計算能力很強可是缺乏對數學的基本概念的認識。而同學們對數學的認知就是快速的計算。但是計算能力在數學上雖然有一定的重要性，卻不是數學的全部。因此在數學學習的過程中，數學基本概念的掌握是絕對是重要的。而數學的基本概念對一位將成為老師的同學而言更是不可或缺的。可是數學概念的抽象性，卻往往使學生覺得數學枯燥、乏味、而引起學生對數學學習的焦慮（曹宗萍、周文忠，1998a、1998b）。

九年一貫數學綱要（教育部，2003）強調每個學生都有權利要求受到良好的數學訓練，並充分認識重要的數學概念及提昇厚實數學能力。這些數學能力包括演算能力、抽象能力及推論能力。如果老師本身都對數學概念認識不清，覺得數學枯燥、乏味，對數學學習感到焦慮，又如何能教導學生學習數學概念及培養他們的數學能力呢？

徐偉民和張國綱（2010）以建構學習理論中合作學習及討論學習法對45位暑期進修的國小教師教授普通數學。在學習前，教師們具有靜態穩定的數學知識觀及負面的數學學習經驗。他們對數學學習的觀點多由理論而來。經過普通數學課程後，多數教師經歷了和以往不同的學習經驗和體會。這種學習經驗的改變，使得教師們從被動吸收靜態規則的數學教學意象移向主動理解概念發展的意象。國小教師已有教學經驗，經歷不同的學習經驗再驗證以理論，因而得以影響他們的教學意象。職前教師未有教學的經驗；如果經歷建構學習理論學習數學的經驗，職前教師對數學課程的教與學會有什麼樣的改變呢？

本研究就是希望在普通數學課程中，藉由建構學習的理論，職前教師不僅在數學知識上有所得並且能體認建構學習理論的優點。可是若是以建

構學習理論教學，職前教師面對這種以前未曾經歷過的學習方式會遭遇什麼樣的困難？他們在數學知識及能力上又有何不足之處？師資培育工作者又有何改進之道？在經歷這種學習方式後，職前教師又會有何改變？

以上的問題值得探討，因此本研究以行動研究的方法，利用建構學習理論教授普通數學課程，希望達到下列目的：(1)了解職前教師在數學知識及能力上不足之處。(2)改變職前教師對數學教與學的看法，並了解職前教師的改變為何。

貳、 文獻探討

一、**建構主義**：建構主義是在二十世紀中葉以後，歐美學界認知到傳統教育的不足，因而以不同的教育觀點所產生的教育理論。在傳統教育的觀點中教師所扮演的角色只在於傳達知識而學生的角色是被動的知識接受者（唐偉成, 1999）。而建構主義則強調學習者在學習的過程中並非被動的全盤的接受知識，而是基於其先前的經驗主動地建構知識（吳俊憲，2000a；廖信達，2002）。

建構主義有兩個派別：“個人建構主義”（personal constructivism）與“社會建構主義”（social constructivism）；兩者之間的差異在於“知識是否應當被看成純粹的個人建構，或是社會的共同建構”（鄭毓信，1998）。

個人建構主義的理論基礎在於皮亞傑的發生認識論（徐光台，1999）。個人建構主義主張知識由學習者主動建構而來（蘇育任，1997；張世忠，2000）。而人類的認知發展是由個體主動的與環境互動而發展的一種過程。在個體與環境間相互作用下，個體會透過平衡作用而自我調節，以建構自身的知識及結構。（徐光台）。

而社會建構主義理論是建立在Vygotsky的理論基礎上（P. Ernest, 1994）。Vygotsky（1978）的認知發展理論主張人類的認知發展開於社會互動。知識的產生是由外在的社會互動過程逐漸內化而形成的。人類的認知、思考、邏輯記憶及知覺語言等是屬於高層次的心理功能，這些功能都起始於人類社會的生活，再將社會關係內化為個人內在的功能和結構。

不論是個人建構主義或社會建構主義都主張人們的知識在個人與他人協商而形成共識的社會互動中主動建構而產生的，並非只是被動的接受而形成的（楊龍立，1997；林生傳，1998）。就數學抽象本質而言，學習數學的過程本身就是一種建構活動。在數學學習的活動中，社會建構主義的觀點比個人建構主義的觀點更為合理（鄭毓信）。

胡志偉（2003）綜合建構學者常建議使用的建構教學做法為：（1）不直接教導學生。（2）以學生生活中的情境來佈題，以便他們用舊經驗來建構新知識。（3）鼓勵學生在課堂上發表不同於別人的意見，以便讓別人聽到不同的觀點。（4）不鼓勵機械式的練習活動。（5）為了使學生發展正確的概念，教師可以為學生搭建學習的鷹架，或運用一些策略讓學生感到自己的概念是有缺點的，然再幫助學生發展出正確的概念。

不論是個人建構主義或是社會建構主義都強調個人知識的建立是與環境及他人的互動的結果。而社會建構主義更強調同儕合作的功能。

二、合作學習：合作學習理論是基於建構主義學習理論之上。但是有很多老師認為只要在數學教室中「尊重兒童解法、實施分組教學、進行發表討論」就是“建構式教學”（鍾靜，2003）。事實並非如此，建構教學的重點不在分組的型態，而在討論澄清的實質（鍾靜）。合作學習要求學生利用共同合作的方式進行學習，以達成所要學習的目標（Lefrancois, 1997）。若要施行合作學習，教師要依學生的能力、性別、種族等不同性質，將學生分配到異質小組，讓小組成員彼此協助、互動以達到提高個人或團體學習效果的目標（Slavin, 1983）。

只是將三五個人聚合在一起並不能成為合作小組（Johnson & Johnson, 1994）。因為合作學習本身只是一種教學策略，所以必須要針對不同年級和不同學科做有系統、有結構的規劃。要組成合作小組必須要將小組成員組織在一起，使他們相互依賴，互相幫助，共享資源，才能彼此相互助長學習（黃政傑及林佩璇，1996）。

合作學習方法包含三個核心的概念（Slavin, 1995）及五項基本要素（Johnson & Johnson, 1991）。三個核心的概念是小組回饋、個別績效、平等的成功機會。小組回饋就是強調小組成員彼此之間互相幫助學習，每一

位成員要對其他成員的學習負責。除了對其他成員負責外，成員個人也要對自己的學習負責，此即是個別績效。在一起合作學習之下，每位小組成員都能達到學習的效果就是平等的成功機會。

五項基本要素為（1）正向的相互依賴：強調合作的小組成員彼此幫助、相互依賴，因此每位成員都是小組團體不可或缺的；（2）面對面的互動：正向的相互依賴是小組成員在彼此相互幫助時必須面對面進行協商、小組研討、交換訊息以完成學習的目標；（3）個人責任：合作學習除了小組合作完成團體目標外，每位小組成員也必須有各自的貢獻來完成自我的學習目標；（4）人際與小團體技巧：小組成員間的互動是一種社會技能，沒有人天生就知道如何有效率地跟別人互動，而合作學習可訓練學生與他人互動的技巧；（5）團體歷程：作用於檢討反省小組的學習狀況是否有效、是否需要修正改進，藉由團體歷程澄清和改善小組成員的效能以促進小組成員努力達到團體目標。

基於上述合作學習的要素，合作學習的教教學策略應包含個別指導、同儕指導、小組討論、問題解決、團體歷程和共同完成作業等。依據策略的不同，合作學習的方法有數十種之多（周立勳，1994；黃政傑，林佩璇，1996；Slavin，1995）。本研究採取的合作學習方法為共同學習法（Learning Together，簡稱LT）。共同學習法採用階段性的相互依賴，先由學生分工，再細分作業，最後再統整成完整作業，因而常需小組彼此協助，以合作達成個別小組或全班之學習目標。因此共同學習法較適用於涉及討論、探索和創造思考學習等概念性的教材。

三、討論對話式教學：教學策略亦可影響學生的學習。一般而言，教學策略可分為三種（Sternberg & Spear-Swerling，1996），（一）教條式策略；（二）簡答式策略；（三）對話式策略。任何教學策略都可能成功或失敗，所以老師決定使用何種教策略應依據學生的狀況而定。在建構學習的情境下，對話式的教學策略應是最佳的教學策略。

合作學習的基本要素之一是小組成員面對面的討論互動，而對話討論是討論互動的重要歷程。所謂的對話討論是指在合作學習的情境中，小組成員以口語交談、數學術語或數學符號進行數學概念的討論活動。

詹佳靜、郭重吉及施皓耀(2003)等人建議以數學對話進行教學要注意下列數點：

1、對話過程中，教師應強調發問是為了解決自身的數學問題、釐清數學觀念，而非凸顯自身的數學概念不足。

2、在數學課室中，教師可以注意學生的聲調、臉部表情、手勢，注視，以便能發現學生問題所在，及時解決。

3、和同儕對某特定數學概念或想法進行認知，辯證與澄清的對話，建立在互信互賴的基礎上。教師應隨時注意班級同學是否有因彼此競爭，而產生負面之影響，並隨時提醒學生，小組成員間是以互惠的方式，進行數學對話。

4、促進學生參與對話意願方面，教師除採取加分制度外，尚可提供較具思考性之問題作為挑戰題，激發學生的對話意願，在過程中，隨時注意學生的回應，若是題目難度過高，則可逐次增加解題策略的暗示。

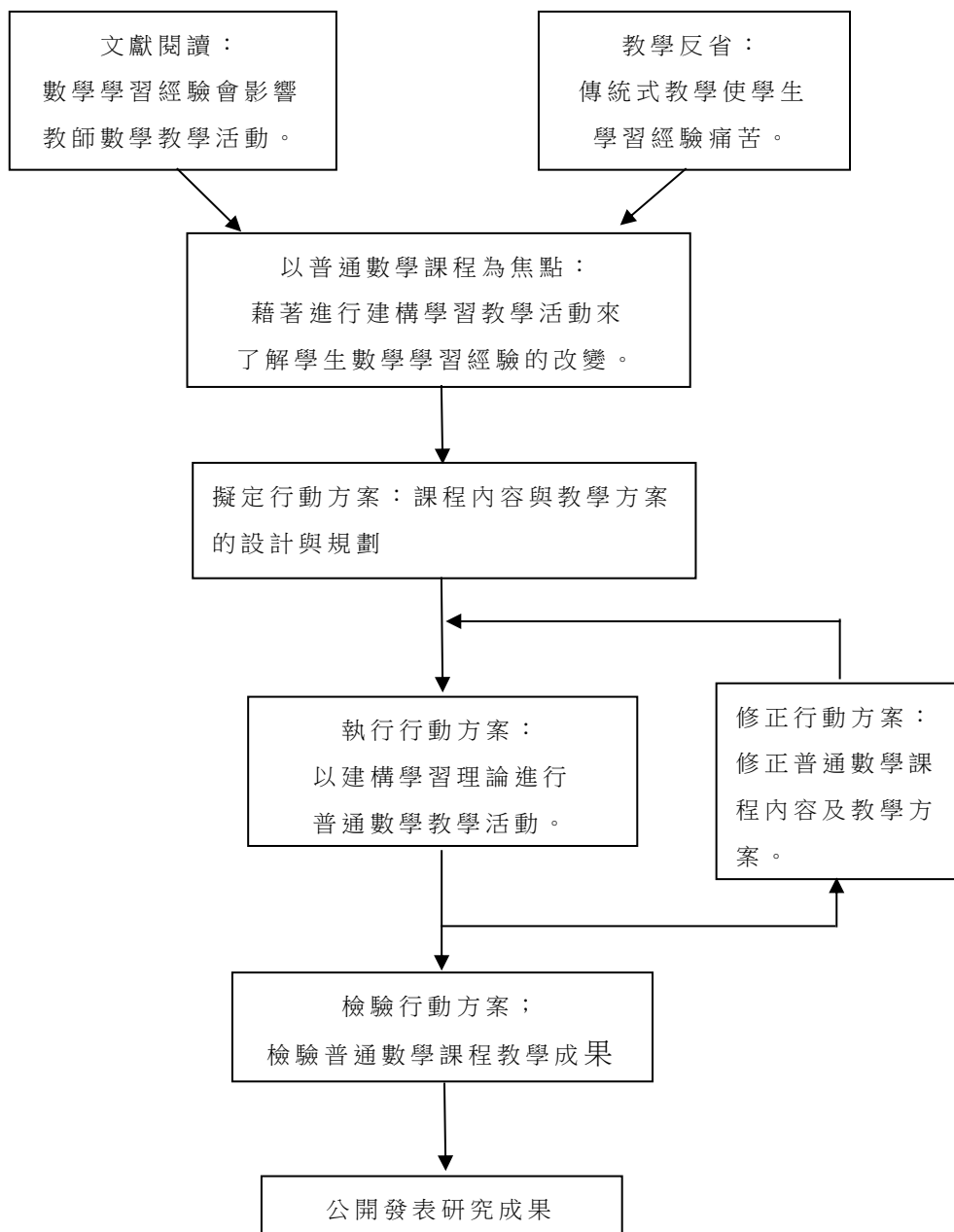
5、數學對話過程中，教師可依學生所詮釋之內容，適時介入請學生再說一次，其目的為透過再次問述，強調解題關鍵。

6、在數學對話過程中，若是發現學生有迷思概念，則教師可設計一概念衝突的問題，讓學生意識到自身概念錯誤，並加以引導使之能將並修正成為正確的數學知識。

提問是討論式教學的重點。提問策略的好壞會影響討論式教學的成敗。蕭武治、劉祥通(2015)研究在以開放式教學法教授國小數學的課室中，提問策略的角色。在此研究中提出建議：1.以提問的方式來引導學生了解其錯誤迷失的概念，並據以作為學生的學習鷹架。2.透過提問的方式挑戰學生，以補足學生先備知識的不足與提供操作經驗。3.以教學媒體配合提問以有效地掌控學生的學習與討論焦點。

以教學媒體輔助教學有其優點，但是也有其侷限性。因此本研並未採用教學媒體來輔助教學。

參、研究方法



圖一：研究架構圖

資料來源：研究者自行整理

本研究採用行動研究法進行研究。行動研究法於二次大戰後，在社會心理學家 Kurt Lewin 的影響下所形成的研究方法。其名言：研究應有所行動，行動應有所研究，即可說明行動研究的精義(廖鳳池，1990)。

Kemmis 與 McTaggart(1988)將行動研究法定義為：一群研究人員為瞭解工作處境並謀求改善之道，經由個人與團體合作，一起推動的一種研究方式。

在行動研究的過程中，研究者經歷實踐、反省及自我批判的歷程並週而復始不斷地調整修正這個歷程，進而能培養出兼容並蓄的整體意識，足以顧及自身的行動及外在的世界 (Reason, 1988; Torbert, 1991)。在教育上，行動研究可支持教師有效地因應實務工作中的挑戰，並且以一種反映思考的方式，創新地改革困境(夏林清等，1998)。行動研究應用於課程與教學上，則是教師在教室情境下，為解決課程與教學所面臨的實際問題而嘗試改進本身的教學、考驗課程與教學理論的一種研究行動(甄曉蘭，2000)。行動研究的目的是解決問題，因此要不斷的考核及檢討，才能使行動完備(陳惠邦，1998)。

於本研究中，研究者在文獻的閱讀中得知職前教師的數學學習經驗會影響其日後的教學活動，繼而反省自身的教學發現：老師以傳統的方式教學，學生的數學學習經驗是痛苦的。因此希望在普通數學課程中，以合作學習教學活動來改變學生數學學習的經驗作為行動研究的焦點。再藉由課程內容的設計與教學方案的規劃以擬定行動方案；然後進行每週二小時，一學期普通數學的教學活動。在每週上課後檢討學生上課反應來檢驗教學成果，再據以修正下次上課的教學活動及課程內容。全學期每週重覆上課－檢討－修正的歷程直到學期結束。最後整理分析結果，然後公開發表研究成果。此一行動研究架構圖如圖一。

一、研究對象：本研究的研究對象是修習普通數學課程非主修科學或數學的職前教師共計四十一人，男性 15 人，女性 26 人。他們的入學數學指定考試平均成績在 30 至 40 之間。大部分同學在修課之前對數學的感覺是畏懼，不喜歡。

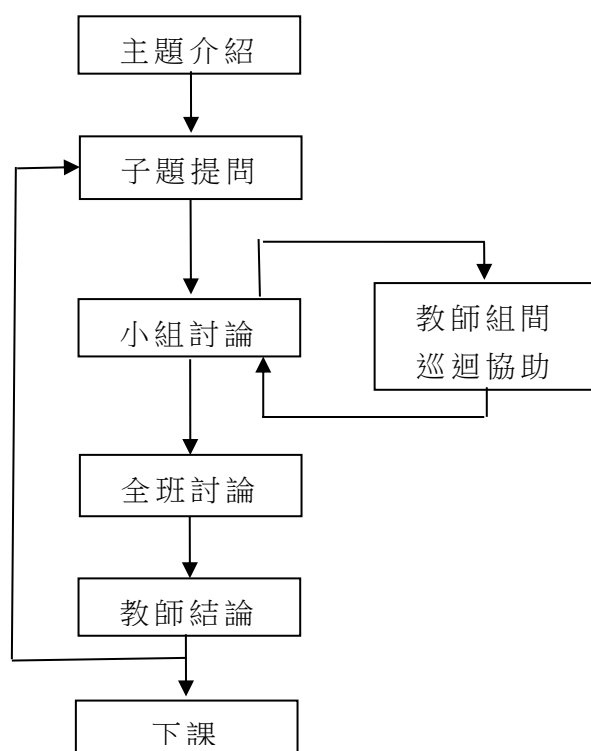
二、資料收集與編碼：本研究資料收集的分為（一）課室觀察：研究者在授課時，觀察學生討論的情形，並做記錄，以供詳細分析。（二）上課錄音：研究者在課堂上將上課情形與同學間的對話以錄音筆錄音，並在事後轉錄成文字檔做為日後分析的依據。（三）上課錄影：在課堂上以兩台攝影機記錄上課情形。一台記錄研究者教學過程及同學在講台上解釋課程內容的情形；另外一台記錄學生上課反應與同學相互間討論的情形。（四）學習單：每次上課，研究者提出問題，同學討論，演練解題的記錄。（五）問卷：在學期開始與結束時，請同學填寫問卷，以了解經由合作學習的經驗，學生對數學教學印象的改變。（六）訪談：在學期中正式對同學進行訪談，以了解學生對數學教學經驗的改變。另外，依據須要，不定期於課後對同學進行非正式的訪談，以了解同學對該堂課程內容的感覺。（七）學習日誌與心得：在每個課程單元結束後，請同學撰寫學習日誌及心得以了解同學的學習效果。

各種資料轉錄成文字檔後，進行編碼工作。編碼採用日期-對象-事件的格式；其中日期為 4 碼數字（xxxx）：前二碼為月份後二碼為日期；對象分為 T、S_n、G_m 及 C 四類：T 為老師（即為研究者），S_n 為學生（n 為學生座號），G_m 為小組（m 為組別），C 為全班；事件分為 Dry、Qry、Dsn、Ivw 及 Qz 五類：Dry 為日誌，Qry 為問卷，Dsn 為討論，Ivw 為訪談，Qz 為測驗。

三、課程設計與教學方案：就數學的眼光而言，國小的數學課程內容不會太難。但如翁秉仁（2003）所言：『建構式教學可說是對老師數學素養要求最高的教學法，老師不但要有正確的數學方向感，還要能夠恰當地適可而止；他們不但要能馬上辨識出學生有創意又正確的想法，也要能從學生的錯誤裡，分析學生的思路，並找到適當的指引之路。』而國小職前教師在傳統教學模式下學習的數學知識常常屬於知其然而不知其所以然情形。因此普通數學課程必須包含國小數學課程的內容並作更深更廣的介紹。但是面對國小職前教師，課程內容太容易或是太難都無法達成目標。如果課程內容太容易，他們不用學習就已擁有知識，教學方案的學習經驗就無法達成。如果課程內容太難，學生無法吸收，學習效果則不彰。因此在課程內容的設計上必須斟酌。本研究依據學生的需要將課程主題分為邏輯概論、自然數與整數、基底變換、有理數系及實數系、微積分概論。

在教學方面，本研究以對話式的教學策略為主要的教學策略，再依據學生學習的狀況參以其他兩種教學策略以達教學成效。

本研究在課堂上將學生分為若干小組，每組三或四人，以利互助學習。學生若能事先思考課程的內容，則會有比較好的學習效果。因此每次上課時將針對課程內容分成若干相關的子題，對這些子題內容的一些重要的基本概念提出問題，然後要求學生在同組同學間作小組討論。在小組討論期間，教師將在各小組間巡迴參與小組討論，給各小組適當的協助及提示。當各小組討論告一段落得到結論後，再由各小組中的一位成員到台上向全班回答問題。老師再依同學的回答加以解說，同學因而可以循序漸進的學習數學知識。本課程的教學結構圖如圖二。



圖二：上課流程

資料來源：研究者自行整理

肆、 結果與分析

在課程開始之時，學生對數學的感受是厭惡、惡夢及恐懼。為什麼對數學感到厭惡及恐懼呢？志仁（匿名）的報告或可說明：「其實很多小朋友都喜歡思考、動腦，只是漸漸長大承受壓力，有些人開始討厭數學，他們真正討厭的應該是當周遭要求他必須學會，而卻還不能理解的無奈。」(0215S₃Qry) 學生對數學的恐懼，大部分是從國中或高中開始，怡珊（匿名）是英語教育學系的學生，在她的心得中描述在修習普通數學課程之前對數學的感覺『從國中開始數學就一直是我的惡夢。』

(0215S₂₁Qry) 雖然數學對她有如惡夢一般，但是她希望能克服這個困難『也曾試著努力專心去聽老師上課所講的內容。每一次開始講一個新單元，我就會很用心的聽，我也真的都聽得懂。』(0215S₂₁Qry) 只是好景不長，當課程的內容加深，老師授課的速度加快，她無法跟隨老師了解課程內容而造成了學習落差。『但是，老師總是會越講越快，隨著內容越來越艱深，我就越來越聽不懂。最後，就用死背的把它記起來，根本不懂得如何活用，也不懂它的原理到底是什麼。所以數學就越來越差，對它也失去信心與興趣。』(0215S₂₁Qry)

再看看其他同學描述他們在國、高中的學習情形：「從國中到高中數學老師都是拼命的在台上講解，而我在下面拼命的抄。遇到基本的定義，都不清楚它的由來，也從未去了解。」(0215S₈Qry)

「以前上數學課就只是老師在台上寫，我們在台下猛抄，往往抄完之後還是不知道老師在講什麼，高中數學老師最高紀錄一堂課教 10 幾題，但我卻一題都沒有吸收。」(0215S₃₁Qry)

學生的描述表達了他們的學習經驗。傳統老師數學教學的方式是講授課程內容，講解例題。在老師的思考中，例題講解的愈多，對學生幫助愈大；因此老師可以在一堂課的時間內教授十多題例題。但是老師忽略了學生須要時間思考、消化課程的內容；當課程內容愈來愈深入時，學生無法吸收了解老師上課所講述的內容，只好將上課的內容及例題抄錄並且記憶下來，更以為以這種知其然而不知其所以然的方式得到答案就是學會了數學。這種學習數學的方式造成了學生對數學沒有信心與興趣甚至排斥數學

的結果。

一學期的數學課程，以建構學習理論和同學討論學習數學。同學們（職前教師）從開始的震撼，繼而適應，再進而喜愛這門課程。而一學期的數學教學對職前教師有何影響？我們進行以下的分析討論。在討論中所提及學生的名字皆為匿名。

一、對職前教師的影響

我們就學生改變對數學學習的喜惡、改變數學學習的習慣及改變數學教學的方式三個面向來做分析。

1、**改變對數學的喜惡**：從前面的討論可了解，學生對學習數學感到厭惡的原因是學生對於要學習的數學內容尚未了解時，老師就繼續教導更深入的內容。而建構學習理論以學生學習為主體，以概念的溝通為重點，學生因此可以對數學有深入的了解，也可改變學生對於學數學的興趣。以下的分析以三位同學的期末回饋為代表來討論學生對數學學習興趣的正向改變。

志勇是初等教育系一年級的學生。在學期初，志勇對數學的感覺是數學是一門要死背硬算的學科，因此令他覺得厭煩。

那種硬背拼命運算讓我很厭煩，所以國中、高中都不做數學，數學成績也就越來越爛。(0215S₅Qry)

到了學期末，志勇表示一學期的數學課程讓他對數學有了重新的認識。他並且表示如果能早一點遇到我，數學一定能更好；不過可以解讀為如果以前的老師能以建構學習理論的方式教學，他的數學一定能更好。

這學期上課我學到許多，對數學有重新認識，如果早一點遇到老師的話，我的數學一定能更好。(0612S₅Qry)

由於上課時能真正了解應學習的數學內容，因此志勇期待每次數學課的到來，甚至希望繼續修習更深入的數學課程，如數學解題及微積分。從志勇期待每次數學課及希望繼續修習更深入的數學課程，可以看出他從對數學學習的厭煩變成對數學學習產生了興趣。志勇之所以對數學學習有興趣是因為以建構學習的方式讓他能很快的了解數學的內容，也因而讓他慶

幸還能再一次的接觸到數學。

我很期待每次數學課的到來，上數學到了現在，我真的想再修數解，說不定哪天還會選了微積分，多麼有趣呀！以前不懂的，不然就是同學懂得比你快的東西，現在我也很快就懂了，該慶幸我進了大學，還有機會接近數學。(0612S₅Qry)

2、改變數學學習的習慣：數學學習有二個面向：一為工具性的面向，另外一個為知識性的面向。工具性的數學是將數學當作工具來解決科學及工程上的問題；而知識性的數學是將數學當作一門學科來研究數學的結構及原理。傳統的老師在考試的影響下，將數學視為解決問題的工具，因此強調數學公式的記憶及計算的熟練與快速。建構學習理論下學習數學，在老師及學生的討論過程中，學生對數學的概念進行思考，以了解數學的結構及原理。在學習一個月的普通數學課程後，秀琴反省了她在高中數學學習的不足之處。

高中的數學裡，老師給一個觀念，接著學生按照這種思考模式重複演算，各個都是“計算”高手，表面上是數學一流高材生，實際上都是計算的機器，大家都缺少數學的另一面—思考。(0315S₂₃Dry)

秀琴的反省顯示出她在高中的數學學習只是在模仿老師的思維，重複演練習題，直到熟練為止。雖然這也是學習數學的一種方式，但是以這種方法學習數學，學生缺乏主動思考的學習，因而造成學生在學習數學時，只求快速的得到答案，忽略了得到答案過程的正確與否。以這種的方式學習數學，學生得到答案之後，無法確定自己的答案正確與否，所以學生總是要求老師給予標準答案，才能肯定自己的答案。

在普通數學課程中，我強調解題過程的重要性。在學生要求標準答案時，我總是拒絕學生的要求。我要同學檢視解題過程的正確性來肯定自己的答案。在學生解題的過程中，我要求學生要能解釋為什麼進行這個步驟，並說明這個步驟的正確性。剛開始，學生不習慣這種學習過程，我就請同學以小組合作的方式，相互討論，以求答案。經過一段時日，學生就能習慣這種學習方式。美蕙的報告反應了她的感覺。

以前，總是求快求最後的答案，過程的原因其實很少去探究。但給予我們小組充份的時間去討論「why」，有時總會覺得根本沒有「why」為何

還要問？原來數學真的是一門廣博的學問，上到後來壓力以沒有剛開始來的大。反而已經習慣了這種方式。(0417S₂₇Dry)

當學生習慣了思考學習的過程，他的數學學習就不會僅僅限在課堂上，而會延伸至日常生活中；他們隨時隨處都會進行數學思考的數學學習活動（志強）。

我覺得上這門課，「想」的時間真的很多，有時甚至下了課，回到宿舍、吃飯、蹲馬桶，偶爾都還要想一下什麼輾轉相除、積分方法之類的。(0515S₁₅Dry)

學生另外一個數學學習習慣是認為老師在台上所講的一切都是正確的，不管是否了解老師上課的內容，看到公式就背下來；在解決數學問題時，只要求最正確的解答，不願花時間去嘗試錯誤，以尋求正確解答。在普通數學課中，我不斷以”why?”來質疑學生的答案，學生要以各種方式去解釋、回答質疑，在不斷的修正解釋之下，而得到最正確的答案。到了學期末，子伶表示了這種是最好的方式來學習數學。

我有一個感覺，就是要把數學學好，最好的方式就是先有懷疑及好奇心，之後用各種想到的的方式去解釋，不斷的嘗試錯誤，最後就能得到正解，這比直接背公式更有意義！（0612S₃₃Qry）

3、改變數學教學的信念：一學期的普通數學課程中，學生體會了建構數學的學習經驗，對數學的感覺有了正向的改變，在學習的方式上也有所調整。不但如此，學生們在教學的認知上也有所調整。莉莉和曉慧在她們的報告中表示，如果有機會當老師，也要以此形式上課。

上完一學期的課覺得受益很多，而且緊張、刺激，不過也因此激盪出不少腦力的火花，我想這是一個很不錯的上課方式，也許在未來自己成為一名老師時也可以參考這樣的上課模式。(0612S₁₉Qry)

上了這門普通數學，是我生平第一次領略到數學的奧妙，也不再覺得數學是多麼可怕的东西，我想將來有機會也要如此教導我的學生和小孩子，讓他們自己去感覺數學是什麼。(0612S₂₂Qry)

莉莉和曉慧基於自身學習過程的經驗，體會到建構學習所能得到的收穫，希望把此種教學方式溶入日後的教學之中。

不僅僅如上兩位同學在日後的教學要依據建構學習理論的方式教學，若有機會教學，學生會立即的改變教學方式，學習著依照普通數學的上課形式教學。在訪談的學生中，舒容就表示，她已經在家教的學生上使用普通數學上課的方式。(0508S₁₇Ivw)

T：如果妳以後要教書的話，會不會影響到妳以後的教書？

S₁₇：現在就會了，因為...我現在...恩...就是教小朋友的方法就是會問他說，譬如說他自己算出一個題目，啊~我就會...就會像你這樣一直問他為什麼...

T：嗯。

S₁₇：為什麼會這樣子算，那為什麼就是錯了，他錯在哪裡？

T：嗯嗯！所以是在...在上我們的課之前妳會不會？

S₁₇：就是不會。

T：不會，那上了我的課之後就會？

S₁₇：就會了。

從和舒容的訪談中可以看出，舒容開始會在教導學生的過程中以“為什麼”的問話和學生溝通。這表示舒容開始注意在數學概念上和學生溝通。這正是我在普通數學課程中和學生溝通的方式。這種詢問“為什麼”的方式可以讓學生自己去認知是否對該數學內容的概念有所了解，這樣老師才能幫助學生對該內容進行深入的了解。而這樣子的教學方式，舒容在上普通數學課程前並不會使用。

另外一個例子，翔霖是心輔系的學生。他在報告中表示，在輔導小學生時，學生經常會問一些“為什麼”的問題。在以前，他無法回答學生的問題，總是叫學生記住計算的原則就好了。他也曉得，長久不回答學生的問題，會傷害小朋友數學學習的興趣；現在他會盡量以實例去解釋給小朋友聽。

生活離不開四則運算，對有些人而言，只要會用就行了，至於從何而來，為何如此，可能一點也不重要。但對我來說，就很重要，因為在課輔教數學時，我教的小朋友很喜歡問為什麼，我總是跟他說，只要記住這樣算就對了。這樣好像就不能刺激小孩子的思考能力，久而久之，也會因為他的好奇心無法得到真正的答案而降低了他學習數學的興趣。現在，我盡量用實例去證明給他看。(0529S₁₁Dry)

為了要了解翔霖的改變是否是因為普通數學課程的影響，我在某一次下課時，對他作了一次訪談。(0529S₁₁Ivw)

T：你是不是有家教？

S₁₁：沒有。

T：那你報告上寫著要課輔是什麼意思？

S₁₁：我是心輔系的學生，我們有一門必修課是要到小學做課後輔導。

T：小朋友會問“為什麼”？

S₁₁：會啲！我遇到的小朋友超愛問的。

T：那上我們這堂課有幫助嗎？

S₁₁：有，以前小朋友問“為什麼”，我只能說就是這樣子，現在我比能解釋原因給他們聽。

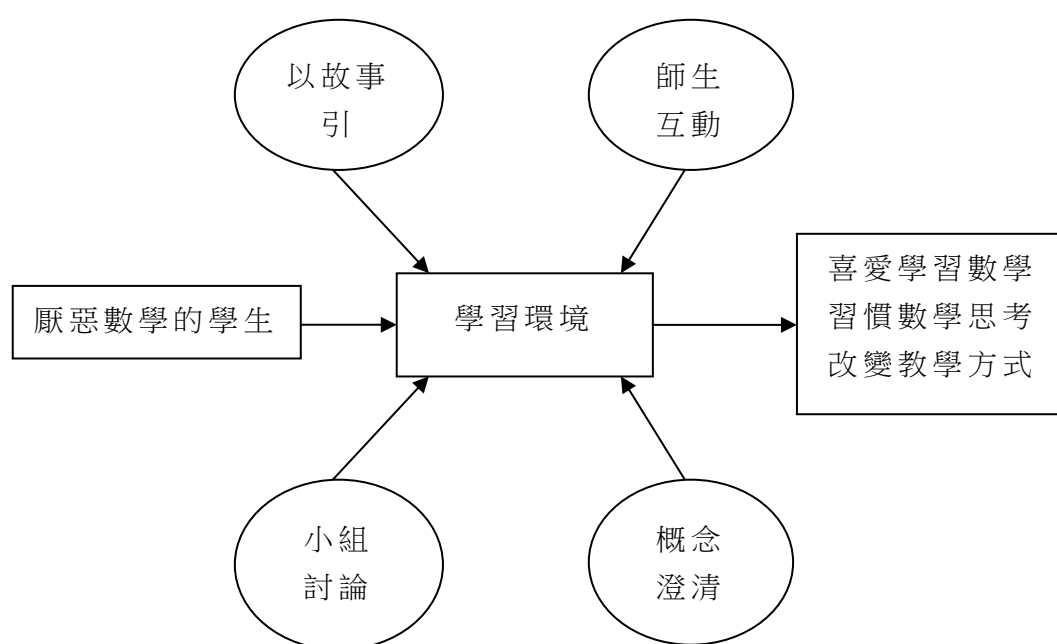
翔霖承認他在教學上的轉變是在上了普通數學課後。從翔霖的回答，可以推論，在上普通數學課之前，翔霖並不是不想回答小朋友的疑問，只是他不知道要如何回應學生的問題。這有兩種可能，一是在數學的概念上，他不清楚，所以不能回答小朋友的問題。另一種可能是他不知如何切入問題來回答小朋友的疑問。在上了普通數學課後，他就有能力去回答小朋友的問題了。

上述的四位同學不論是在未來或現在都願意以概念溝通為主的教學方式進行教學。在上課時，我並沒有強調學生要以相同的方式教學。而上述四位同學在體驗過這種教學方式後，以自身的經驗，自然而然的願意將這種教學方式使用在自身教學上了。

二、綜合分析與檢討

縱觀一學期的教學，學生從開始表示對數學感到恐懼，而到學期末對數學學習的觀感有很大的改變。在面對一群對數學又怕又恨但又覺得數學很重要的學生，幫助他們克服心理上的障礙來學習數學是教學的重點。在普通數學課程中，我採取營造建構學習理論的環境來幫助學生學習數學。在此環境中，可分成四個面向（一）以故事引入主題；（二）要求小組討論；（三）師生間的對話互動；（四）數學概念的澄清（圖三）。以此四個面向營造出的學習環境，改變了學生們數學學習的態度（興趣）、習慣以至改變他們的教學方式。我們對此四個面向進行分析。

(一) 以故事引入主題：數學的抽象性是學生畏懼數學的原因之一，因此建構學者建議老師在教導數學時以生活情境來佈題（胡志偉，2003），以減少數學的抽象性。但是在高深一點的數學概念，並不是在日常生活中會發生的，因此我以一些虛擬的故事來引入主題。例如，無窮大



圖三：普通數學學習分析圖
資料來源：研究者自行整理

這個概念在日常生活中並不會發生，因此在介紹無窮大這一主題時，我先以電視影集「星際爭霸戰」中的畢卡船長作為虛擬人物，再介紹星際旅館以引入無窮大的概念讓同學討論。學生在故事情境中，討論、思考、分析數學的概念，從而得到結論。

學生從未經歷過建構學習理論的方式學習數學，而習慣於以往的數學教學模式。在剛開始上課時，對以概念溝通思考為主的建構學習方式不太能適應，在學習上可能會感到吃力。但由故事情境引導學生討論，減少學生對數學抽象性的畏懼。這樣的歷程引發出他們的成就感，因而增加了學

生的學習興趣。嘉琦是社會教育系的學生，她反應驗證了以故事引入主題的方式對學生的影響。

起初我上得很吃力，漸漸適應老師以想像故事來引導教學，像：星球、旅館、畢凱艦長。我覺得數學愈來愈有趣，也試著擺脫公式的夢魘，跟組員們一起討論、思考、分析，用自己的方式完成作業，也試著上台教學，一點一滴地，數學真的引導我進入更高深的思考，開啟了我想像空間的大門。(0612S₂₈Qry)

(二) 要求小組討論：九年一貫數學課程綱要要求學生能和他人溝通分享思考歷程和成果。但是在傳統的教學方式下學習數學，雖然不會刻意的抑制學生合作討論學習，但考試的競爭壓力下，學生們大都自行思考學習數學，不常和別人討論學習數學。普通數學課程要求學生小組討論。在小組討論的環境下進行思考溝通交流，學生在數學學習上有所成長。在經過和同學討論交流後，想出答案，再將自己想出的答案教導同學，一起成長。這樣學習經歷所得到的成就感，令同學自動自發的一起討論學習數學，不再只是一個人單獨思考問題了（書珊；靜如）。這也是學生們在數學學習習慣上一項改變。

上了普數之後，對數學的觀感有了些許的不同。與其自己坐在位子上毫無邊際地想，倒不如與同學一起腦力激盪，當我第一次靠自己想出答案而再教導同學，那種感覺真的是很棒，我到現在想起來還會偷笑，所以我很喜歡這種小組討論的方式（0612S₁₇Qry）。

經由討論學習，我得到許多知識和快樂，就連我們初教甲、乙班的同學都會自動找時間大家一起學習討論，而我也變成了普數小老師，我只能說，因為這門課，我們同學之間的心都連結起來，因為這門課，我得到了教會別人的成就感（0612S₃₈Qry）。

以小組討論的方式來釐清數學概念的過程中。我發現每當我提出一個問題，要求學生討論時，有些小組常常靜默以對。因此我一直提醒同學要討論，但是有些同學似乎不能適應我的督促。彤雲在她的學習日誌中提出異議：

要跟別人討論之前，自己必須先算過或思考過。．．．當下次我們正在「埋頭苦幹」的時候，可不可以不要這麼急著走過來問我們：「為什麼

都不討論呢?分成小組就是要讓你們討論的啊!」因為在那時候，我們正在很努力的找出問題的所在，以及印證自己的想法，請再多給我們一些時間，好嗎?(0412S₁₆Dry)

看到彤雲的日誌，自我反省(0413TDry)。彤雲的反應是對的；在和其他人討論之前是要先自我思考，再和其他人討論。可是這似乎和我要他們討論的本意又有所不同，我要學生討論的意義是什麼呢？在仔細考慮之後，我了解了我的本意和彤雲意見的相異之處。

討論會在許多情況下發生。有一種討論是彤雲所希望的情況；某一個人正在思考某一主題後，對該主題有所結論，因此提出結論，請他人參考或對該結論不足之處給予建議。而我希望的討論是，所有參與討論的人，對於要討論的主題都不是很清楚，大家一起來討論釐清該主題。

另外一位同學（文峰）在日誌中反省，他認為大家都有一些既有的及絕對的知識體系，現在突然要大家去檢視自己的認知架構，大家就無法應付。

或許是大家不習慣所謂「討論」這回事，所以才會沒辦法做深入的、有彈性的交流。因為我們都已經有許多既有的、絕對的知識體系，而且每個人都一樣，無庸置疑。當我們被迫檢視自己認知的架構時，就出現了無法應付、無法跳脫的情況。(0412S₁₃Dry)

從文峰的反思可以看出，學生在舊有的學習習慣下，記憶了許多知識，認為這些知識是理所當然存在的事實。因此，當我挑戰他們這些既有的知識而要他們討論時，他們無從開始討論。

在釐清自己真正的想法及學生的問題後，我在上課時就和學生溝通及協助他們討論。例如，在討論分數除法主題時，我提出問題要學生討論。

T：為何兩分數相除，其答案要進行顛倒相乘？(0522CDsn)

當我提出這個問題請同學討論，我觀察到同學的討論不多。我巡視到其中一組同學；(0522G₃Dsn)

T：為何沒有討論？

S：我們還在想。

從學生的回答可以了解，雖然在形式上，學生是在進行小組討論，可是實

質上，學生落入了彤雲所描述的討論狀況；自己獨立思考，等到某人想到結論時，才和他人分享。但這就違反了以討論來澄清概念的本質，因此我告訴同學，

T：討論的意義在於思考的過程中有不清楚之處，和別人討論來釐清，並不是一定要想出結果，再告訴別人。如果那樣，就失去了討論的意義。(0522G3Dsn)

再從學生停滯思考的情形可以看出，學生在思考討論的過程中，不會將問題簡化，再行思考討論，因此我參與學生討論並給予提示。(0522G3Dsn)

T：回憶我們討論整數除法時， $a \div b = c$ 的意義是什麼，再思考 $1 \div \frac{1}{b}$ 的意義是什麼。

S：找一個數 s ，使得 $s \times \frac{1}{b} = 1$ ，所以 $s = b$ 。

同學的回答是依據以前學習整數除法的定義來回答。當討論完 $1 \div \frac{1}{b}$ 的結果後，其他的同學就很自然的了解為何為何兩分數相除，其答案要進行顛倒相乘。某組同學在討論單上寫下的答案如圖四。(0522G3Dry)

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} \div \frac{1}{a} &= x \\ \Rightarrow \text{找到一個 } x, \text{ 使得 } \frac{b}{a} \times x &= \frac{1}{a} \\ \Rightarrow \frac{b}{a} \times x &= \frac{1}{a} \\ \Rightarrow x &= \frac{1}{a} \times \frac{a}{b} = \frac{1}{b} \end{aligned}$$

圖四：學生利用除法定義求得分數除法的結果

(三) 師生間的對話互動：對話的目的是要澄清學生的數學概念(詹佳靜，郭重吉，施皓耀，2003)。而對話的另一個效果是老師能了解學生迷思概念之所在。學生對某一數學概念產生迷思時，在和老師對話時一定會產生錯誤的答案。在此時，老師和同學的反應就非常重要，如果同學或者老師反應出一些負面的情緒如笑聲或者生氣，都會使得學生畏縮，不願再和老師進行對話。

譬如，在開始上課之初，在和同學進行對話時，我提出問題，同學都

不回答。可是當我指定一位同學回答時，又可得到正確的答案。這令我很困惑，因此我詢問同學，他們的心態為何。(0308CDsn)

T：為什麼我提出的問題你們都不回答？可是我叫人回答時又能得到正確的答案？可見得你們都會，只是不願意回答。為什麼呢？

S：我們怕回答錯。

T：回答錯誤又怎樣呢？為什麼要怕回答錯誤呢？

S：怕同學會笑。

S：怕老師會生氣；認為我們不用功。

T：老師生氣又怎樣呢？你們以前的經驗為何？

S：以前遇過同學不會回答，老師要同學罰站。

S：也有老師會體罰同學。

T：在高中？

S：在國中，高中也有，但比較少。

T：你們自己被處罰過？

S：我被罰站過。

S：我看過同學被處罰過。

詹佳靜等人（2003）建議採取加分制度並且提供較具思考性之問題作為挑戰題來改善學生對話的意願。不過從學生的談話中可了解，學生參與對話的意願不高，並不是因為沒有加分制度或者是問題不具挑戰性，而是學生把以往對老師的負面印象轉嫁到現在的上課情形，怕回答錯誤的後續效應，因此在進行對話活動時，學生反應並不熱烈。

除了加分鼓勵的制度外，要改善學生對話的意願，老師應該改變心態；當學生回答錯誤時，老師要能了解學生錯誤的原因，而非加以處罰。如果學生的錯誤是因為數學概念上的迷思，老師要能針對學生的迷思加以澄清。若是學生的錯誤是學生未曾掌握以前學習的內容，老師要能以寬容諒解的口吻建議學生再加強以往的學習內容。其他的學生看到老師如此的反應，自然不會畏懼答錯而勇於和老師進行對話了。

（四）**數學概念的澄清**：建構學習理論的重點在概念的澄清（鍾靜，2003）。在上課時，我時常提出一些學生們常常習以為常的問題，要他們思考回答。從他們的答案了解他們所面臨的迷思，再依學生的迷思提

出新的問題讓他們思考。

一、做一個緞帶花要用 0.4 公尺的緞帶，請問 2.5 公尺的緞帶可做幾個緞帶花？
還剩多少緞帶？

$$\begin{array}{r} 6 \\ 0.4 \overline{) 2.5} \\ \underline{2.4} \\ 1 \end{array}$$

$$2.5 \div 0.4 = 6 \cdots 1$$

答：可做 6 段，還剩 0.1。

(a)

四、以 7 除以 0.3 商為多少？餘數為何？

$$\begin{array}{r} 23 \\ 0.3 \overline{) 70} \\ \underline{60} \\ 10 \end{array}$$

答：商為 23，餘數為 1。

(b)

圖五：(a) 同學計算小數除法的答案，以實際問題提問。

(b) 同學計算小數除法的答案，以計算問題提問。

譬如，在介紹小數的概念時，我以兩題有關小數除法的題目來測驗學生對小數概念的理解。(0529CQz)

第一個題目是「做一個緞帶花要用 0.4 公尺的緞帶，請問 2.5 公尺的緞帶可做幾個緞帶花？還剩多少緞帶？」學生在直式及橫式的計算式中的餘數都記錄錯誤，但在回答問題時能明瞭剩餘的緞帶是 0.1 公尺（圖五 (a)）。可是在第二個問題「以 7 除以 0.3 商為多少？餘數為何？」學生餘數的答案為 1，就明顯的有錯誤（圖五 (b)）。上述的兩題不同處只在於第一題是以日常生活中的情境出題，而第二題是抽象的數字計算。在這個本質相同的兩題，學生就會有不同的答案（答對的同學大約只佔全班的三分之一）。細究原因，是學生對抽象的單位量概念不了解。為了要了解學生的想法，我問學生(0529CDsn)

T：第四題中，7 除以 0.3，我們將小數點移除，變成 70 除以 3，我們在做什麼事？

(經過一番思考)

S：被除數及除數各乘以 10。

T：為什麼要將被除數及除數都乘以 10？各乘以 10 的意義是什麼？

S：．．．(無法回答)。

學生認知小數除法 7 除以 0.3 的答案和被除數及除數各乘以 10 後相除的答案相同，卻不知道所謂 7 除以 0.3 的答案和被除數及除數各乘以 10 後相除的答案相同只是商相同。由此可知，學生不了解被除數及除數各乘以 10 的意義，也就是將單位量從 1 轉換為 0.1。以上述的例子，7 除以 0.3 的意義是 7 個 1 除以 0.3 個 1，當被除數及除數各乘以 10 後其概念即轉為 70 個 0.1 除以 3 個 0.1。學生遇到實際問題時（圖六(a)），發現餘數為 1 不可能是 1 公尺，因此寫出答案 0.1。當學生在抽象的數字計算時（圖六(b)），因為單位轉換的認知不清，所以無法判斷 70 除以 3 的餘數 1 是 1 個 0.1 的意思，以致得到錯誤的答案。

上述小數除法的例子是小學階段的數學課程內容。或許抽象的單位轉換概念對國小學童不太適合，這些職前教師將來不必教導這些抽象概念，但是身為教師卻必須了解這些概念。職前教師們在國小階段未曾學習此類概念，上了國中、高中，老師又以其為國小課程內容而忽略，若師資培育機構不強調此類抽象概念的學習，這些職前教師又何以能夠得到足夠的抽象概念訓練。是以師資培育機構在對職前教師進行數學教學時，實應加強抽象概念的澄清。

在澄清數學的抽象概念時，老師針對學生的迷思提問，學生會受到一些挑戰及壓力，但當學生澄清了自己的迷思，感受到了知識上收穫的喜悅，一切的辛苦都化為烏有，也會對數學學習產生興趣。秀君在其報告中呈現了她的感受。

老師在上課的疑問，也可以訓練我們的思維與邏輯，不只是強背一些數學公式，而是要我們真正的明白其實質涵義並且表達、解釋清楚，雖然有點挑戰，但辛苦是會有代價的。現在對於數學總算激起一點興趣，不像以前那麼痛恨、懼怕數學，上了這堂課後才發現數學其實蠻有趣的。

(0612S₃₉Qry)

伍、 結論與建議

在以往的數學學習經驗下，國小職前教師對數學學習的態度是懼怕、厭惡卻又不得不學；對於數學學習的方式就是背公式、快速解題。在此扭

曲的數學學習態度及方式下學習數學，然後再教導國小職前教師建構學習理論，要求職前教師相信建構學習理論可以讓小朋友易於學習數學課程內容，並且樂於學習數學，實屬不易。唯有在對職前教師進行數學教學時依建構學習理論教學，讓學生的學習經驗和教學理論相結合，才能達到事半功倍的效果。

以建構學習理論學習數學，對即將成為老師的職前教師不論是在學或者是在教的兩個方面都有深刻的影響。在學習態度方面，學生從對數學學習的厭惡轉變為對數學學習的喜愛。在學習方法上，學生從以往的記憶背誦學習數學轉變為以思考及了解概念為主。而在數學教學方面更轉變為以概念的溝通及澄清為重點。

長久以來，在師資培育的過程中，職前教師對數學學習及教學的訓練是分開的。亦即，職前教師接受現代數學教學觀念及知識的同時，卻以傳統的方式學習數學。但是在這些職前教師轉任為初任教師時，他們學習數學的方式，卻深深地影響著他們的教學。因此建議師資培育機構應該改善對職前教師的教學方式，以建構學習的理論來教學數學，讓職前教師們能深刻的體會建構學習的經驗，以達到教育改革的目的。

誌謝

本研究部分經費由國立屏東大學資助。

參考文獻

- 林生傳（1998）。建構主義的教學評析。課程與教學，1(3)，pp. 1-13。
- 吳俊憲（2000）。建構主義的教學理論與策略及其在九年一貫課程之相關性探討。人文及社會學科教學通訊，11(4)，pp. 73-88。
- 周立勳（1994）。國小班級分組合作學習之研究。國立政治大學教育研究所博士論文。
- 姚如芬、郭重吉、柳賢（2001）。職前教師數學教學概念之初探：從研

究實作中學習教學。科學教育學刊，9(1)，pp. 1-13

- 胡志偉（2003）。建構教學的理念、做法與問題。國北師教育論壇
- 徐光台（1999）。建構主義與科學教育進步。歐美研究，29卷，4期，pp.153-183。
- 徐偉民、張國綱（2010）。師資培號育數學課程對國小數學教學意象影響之研究。當代教育研究，18卷，4期，pp.41-77。
- 夏林清等(譯)（1998）。行動研究方法導論－教師動手做研究。臺北，臺灣：遠流出版事業股份有限公司。
- 唐偉成（1999）。建構主義的基本概念與教學模式（一）。翰林文教雜誌，3，pp. 32-35。
- 翁秉仁（2003）。談建構數學。數學教育公共論壇。
<http://www.math.ntu.edu.tw/phpbb-2>
- 曹宗萍、周文忠(1998a)。國小數學態度量表的編製，國科會專題研究計畫報告：NSC86-2511-S-153-001。
- 曹宗萍、周文忠(1998b)。國小數學態度量表編製之研究。輯於市立台北師範學院主編，八十七學年度教育學術研討會論文集。
- 陳惠邦（1998）。教育行動研究。台北，師大書苑。
- 張世忠(2000)。建構教學——理論與應用。台北：五南。
- 黃政傑、林佩璇（1996）。合作學習。台北：五南。
- 詹佳靜、郭重吉及施皓耀(2003)。數學對話歷程及其影響因素之研究。科學教育，14，pp.1-20。
- 楊龍立（1997）。建構主義評析－在課程設計上的啟示。台北市立師院學報，28，pp. 41-56。
- 甄曉蘭（2002）。教師行動研究與課程教學革新。輯於中小學課程改革與教學革新。台北：高教出版。
- 廖信達（2002）。建構主義及其對幼教課程的啟示-從皮亞傑與維高斯基的理論談起。德育學報，18，pp. 93-109。
- 鄭毓信（1998）。建構主義與數學教育。數學傳播，22(3)，pp. 36-49。
- 鍾靜（2003）。「建構數學」的誤解與迷思。國民教育，44(2)，pp. 5-10。

- 蕭武治、劉祥通 (2015)。開放式教學法在小學數學課室之實踐：提問策略之角色。屏東大學科學教育，1，pp. 2-23。
- 蘇育任(1997)。建構主義式教育的迷思與省思。國民教育研究集刊，5，pp. 121-139。
- Cuban, L.(1993). **How Teachers taught: constancy and change in American classrooms, 1890-1990**. New York: Teachers College Press.
- Ernest, P. (1994) (eds), **Constructing Mathematical Knowledge: Epistemology and Mathematics Education**, London: The Falmer Press.
- Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1991). **Learning Together and Alone: Cooperative, Competitive, and Individualistic Learning. (4th ed.)**. Englewood cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Johnson, R. T. & Johnson, D. W. (1994). **Learning together and alone: Cooperative, competitive, and individualistic learning. (4th ed.)**. Boston : Allyn & Bacon.
- Kemmis, S. & McTaggart, R. (Eds.).(1988). **The action research planner (3rd ed.)**. Australia : Deakin University Press.
- Lefrancois, G. R. (1997). **Psychology for teaching**. Wadsworth.
- Reason, P. (1988). **The Cooperative inquiry group**. In Peter Reason (ed.). Human Inquiry in Action: Developments in new Paradigm Research. London: SAGE.
- Slavin, R. E. (1983). **Student team learning: An overview and practical guide**. Washington, DC: National Education Association.
- Slavin, R. E. (1995). **Cooperative learning (2nd ed.)**. Needham Heights, MA: A Simon & Schuster Company.
- Sternberg, R. J. & Spear-Swerling, L. (1996). **Teaching for Thinking. American Psychological Association**.
- Tompson, A.(1985). **Teachers' conceptions of mathematics and the teaching of problem solving**. In E. A. Silver, Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives (pp.281-294). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Torbert, W. R. (1991). **The Power of Balance: Transforming Self, society, and Scientific Inquiry**. Newbury Park, CA: SAGE.

Vygotsky, L. (1978) *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Process* , Cambridge, MA: Harverd University Press.

The affection of Teaching and Learning Mathematics to Elementary Pre-service Teachers By Learning Mathematics Base on the Theory of Constructivism

Abstract

Upon action research, this research investigates the changes of those elementary pre-service teachers who take the general mathematics course based on the theory of constructivism. Those pre-service teachers' mathematics learning experiences are unhappy and indisposed; their mathematics learning methods are formulas remembrances.

After one semester mathematics learning based on the theory of constructivism, those pre-service teachers realized the merit of the theory of constructivism and changed their learning attitudes, learning methods and teaching concepts. For changes of learning attitudes, those pre-service teachers' thinking of learning mathematics is boring changes to that it is interesting in learning mathematics. For changes of learning methods, they used to learn mathematics by memorizing formulas in changing to learn mathematics by thinking concepts of mathematics. For changes of teaching mathematics, they are willing to teach mathematics based on the theory of constructivism.

Key word : Constructivism, Action Research, Mathematics teacher education, General Mathematics