

# 探究式教學融入國小高年級數學領域學習之 行動研究－以體積單元為例

楊明坤、李建璋、林淑惠、林依柔  
國立屏東教育大學數理教育研究所研究生

## 壹、前言

依九年一貫數學課程理念，強調的是培養學生問題解決的能力，而其所強調知識的統整，而不只是知識的獲得，唯觀於現今之教學現場，卻常難達成這個目標。以體積單元為例，雖然在課程的安排上，符合由簡而難，循序漸進，但深究學生的學習成效，仍可發現學生有縱向銜接的困難，即各年段的知識無法統整。譚寧君（1995）與何健誼（2002）的研究皆指出兒童對體積概念的瞭解不夠透徹，往往認為體積不過是一連串數量相乘的結果。這種根深蒂固的迷思，分析其原因，可能因為教師簡化了體積是堆疊的探究過程，使學生過度依靠記憶體積公式；或許是學習歷程中教師引導方式的偏差所造成的影響。Krummheuer（1983）指出數學課堂的學習活動重心應由教師轉至學生，由教師引領學生探究數學知識的內涵，而對於探究式教學研究之文獻，亦顯示出探究式教學對學生之學習成效具有正面的效果（毛松霖、張菊秀，1997；劉宏文、張惠博，2001）。

基於上述之教學困境與探究式教學成效，本教學活動之設計採探究式教學模式，引導學生以實際操作、猜測與檢驗等過程來進行探究，以求能培養學生知識統整的能力與提高學習興趣。

### 一、探究式教學

Krummheuer（1983）發現學生和教師所擁有的數學知識主體基本上是不同的，對數學的思考方式也不相同，教師若要幫學生學好數學，就必須站在學生的觀點思考。數學課堂的學習活動重心由教師轉至學生，師生或學生之間對數學本質的認知、課堂數學的探討、模式建立以及概念的形

成等，都要透過協商和溝通來建立，由教師引領學生探究數學知識的內涵。

Barnett (1998) 認為，探究包含所提出的問題、推想、測試、批判、評估、改正以及重試觀點。Borasi (1992) 提出可利用日常生活的問題，讓學生的前備知識受到衝突，促使學生發問與深入思考，在過程中需要引導學生閱讀、並善用數學資源，讓學生經由反思、彼此溝通、交換成果來營造數學探究的學習環境。探究式教學為一種引導學生發現及解決問題的教學方法，是以學生的探究活動為中心，教師從學習的情境中引導學生發現問題，認清問題的所在，提出可能的假設，擬定可行的解決方案，選擇合適的方案，驗證假設並獲致結論，經由問題解決的過程，讓學生體會到探究的經驗，並在解題的過程中學習到技能（張靜儀，1995；劉宏文、張惠博，2001）。黃家鳴（2005）指出數學探究的過程是由學生提出一些滿足條件、恰當的結果，再由討論、整理提出更多結果，嘗試推廣觀察到之規律、關係，提出理由解釋以說服自己、同儕和教師。紀雅方與溫嫩純（2008）認為數學探究教學是在具有適當學習輔助資源的教學環境下，製造問題情境，讓學生產生疑問或興趣（即引起動機），給予學生觀察、探索、討論、推理、溝通、修正、確認、建構知識以及尋找模式與規則的學習數學過程。

在探究教學相關研究文獻中均指出，實施探究式教學學生學習學習成效有其正面的影響，包括了增強學生之學習興趣及學習成效、提高其問題解決能力及與他人溝通的技巧（毛松霖、張菊秀，1997；劉宏文、張惠博，2001）。而對於探究教學的實施方式，Windschitl (2003) 曾依據探究活動的開放程度，將探究教學分為：實証的經驗、結構性的探究、引導式的探究及開放或獨立探究，而其中引導式探究是教師提供學生一個結構性問題去研究，但是解決問題的方法仍留給學生。而本研究即採引導式的探究教學。

## 二、體積

體積的概念是從二維平面的量引入（如：底面積） $\times$ 一維的長度量（如：高），形成三維的量來表示物體的體積，故體積的測量雖是三維空間的量，但在實際上仍為一單位量計數系統（譚寧君，1995）。體積是三維

空間的度量，體積測量的度量是由單位立方體堆疊累計，由計數所堆疊單位立方體算出體積的大小。至於體積的概念與計算，國內外學者均認為以規則性（如長方體、正方體...等）物體體積學習，再進一步研究非規性物體體積（林仁得、謝祥宏、陳文典，1994）。

何健誼（2002）認為體積迷思概念的形將阻礙日後相關立體圖形幾何問題之學習，並指出兒童容易有把面積、表面積以及體積混淆在一起、可以計算出體積的物體（如標出長、寬、高）才有體積與無法計算出體積的物體（沒有標出長、寬、高）就是沒有體積等的迷失概念。譚寧君（1995）指出兒童往往認為體積不過是一連串的公式及代表三個數量相乘的結果，除此之外無法再對體積做出其他相關的描述與解釋，這種根深蒂固的迷思，或許是學習歷程中教師引導方式偏差（如：過早導入公式計算），忽略學生自行探究問題的過程，因而造成學生學習成效上的偏差。

綜合以上文獻，本研究採用引導式探究教學方式，由教師提出問題，刺激學生自主地探究和發現數學。本研究之目的在探討引導式的探究教學融入體積的教學活動中，學生的學習表現及在此教學活動中可能遭遇的困難與可行的解決策略。

## 貳、研究方法

本研究乃是運用探究式教學策略於國小五年級數學領域體積單元之教學行動研究。

### 一、研究情境

本研究旨在探討國小教師將引導式探究教學模式融入國小高年級數學領域體積單元教學活動中，對於國小高年級學生學習成效與學習興趣之提昇。本研究採用行動研究法，以質化方法描述教師在教室中實施引導式探究教學的行動與反思。樣本學校所處地區為農村型態，位於屏東縣萬丹鄉的勵志小學（化名），已成立53年，班級數6班，學生人數約130人，是一所小型學校。研究對象為五年級學童，全班共18人，男生10人，女生8人。學生數學程度大多屬於中下程度，學習意願不高，大部份學生於課堂中

不會主動積極參與。該班學生家長社經地位不高，家長多屬農、工階級，外籍配偶、單親及隔代教養的學生比例高。

研究者計劃引導學生以實際操作、猜測與檢驗等過程來進行探究，以求能提高學生學習表現。本研究採引導式的探究教學，由教師佈題「製作內部空間最大的盒子」，教師先問題情境引入，給學生 $12\text{CM}\times 12\text{CM}$ 正方形卡紙讓學生實際動手製作出一個盒子，在檢視學生作品過程中，引導學生討論並形成正確製作無蓋盒子的方法，再次給予學生 $12\text{CM}\times 12\text{CM}$ 正方形卡紙並告知此次任務乃是製作出內部空間最大的無蓋盒子，且要求在裁剪切割時以公分為最小單位，教師引導學生進行實作探討以求出正確結果，接著依序給予 $18\text{CM}\times 18\text{CM}$ 、 $24\text{CM}\times 24\text{CM}$ 卡紙，進行相同探究操作，最後教師引導學生探究找出利用正方形卡紙製作內部空間最大的無蓋盒子之規律性，並以不同正方形卡紙進行驗證。其教學活動設計及流程如表1及圖1。

表1 最大體積教學活動設計

探究階段	教師活動	學生活動
基本概念複習	體積概念複習。	回想舊經驗
問題情境引入	給予學生 $12\text{CM}\times 12\text{CM}$ 正方形卡紙，請學生製作出一個長方體盒子，並經由討論形成正確的方法。	實際操作，並探究正確的作法
探究 1	再次給予 $12\text{CM}\times 12\text{CM}$ 卡紙，請學生製作出具有最大內部空間的無蓋盒子，並討論得到正確的結果。	實際操作，探究發現正確的答案
探究 2	給予 $18\text{CM}\times 18\text{CM}$ 卡紙，請學生製作出具有最大內部空間的無蓋盒子，並討論得到正確的結果。	實際操作，探究發現正確的答案
探究 3	再次給予 $24\text{CM}\times 24\text{CM}$ 卡紙，請學生製作出具有最大內部空間的無蓋盒子，並討論得到正確的結果。	實際操作，探究發現正確的答案
分析結果與論證	觀察前三個探究活動的記錄，請學生共同討論，並提出製作出具有最大內部空間的無蓋盒子的規律。	從工作單記錄中，發現規律
驗證與應用	依前述發現的規律，請學生驗證在不同的正方形卡紙，是否也能製作出具有最大內部空間的無蓋盒子。	實際操作，並驗證規律

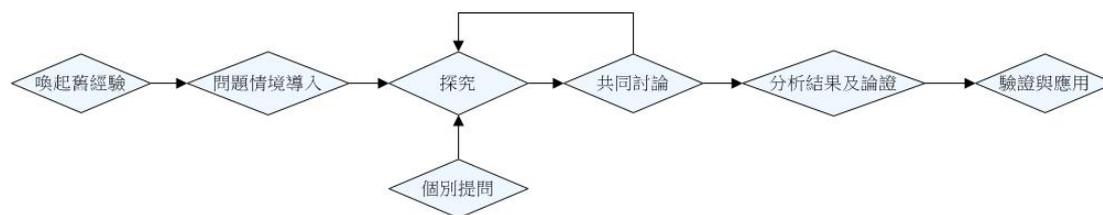


圖1 教學流程圖

## 二、研究資料蒐集與分析

本研究之場所為研究者所任教之班級，資料較容易取得，但為降低研究者之主觀影響，採用多種不同的資料蒐集方法：錄音和錄影等觀察紀錄、教師反省日誌、學生晤談、學生解題歷程工作單等策略，來詮釋引導學生進行數學探究之歷程，希望能從多方取得資料，以呈現探究歷程之真實樣貌。為使資料的整理有效率，且利於比對，本研究將所蒐集的資料，均依活動類型及時間加以編碼（coding）整理，以方便進行資料整編之工作。

研究者與其他三位研究成員在研究過程中隨時整理資料，以了解實施引導式探究教學的現場狀況，並將上述四種不同資料逐一檢視，互相比較，瞭解其關係，從中發現教學所遭遇的問題，且經由共同討論與磋商，擬出解決方案以作為調整行動策略之依據。

## 參、研究結果與討論

### 一、學生學習表現

#### （一）學習興趣提升

在整個教學活動中，教學者發現學生大多能完全的投入活動中。雖有少數的學生因覺得操作過程的繁雜，而不願動手操作，但在共同討論形成初步的結論後，亦能主動參與。

例如：

S08：我喜歡這次的活動，自己動手做數學很有趣，可是一直用尺量，剪剪貼貼做好幾個盒子，讓人覺得有點煩。

S09：如果每次上課都像這樣子，我想我會喜歡上數學。

S11：我喜歡用這樣的方式學數學，要是每次上數學課都是這樣就不會無聊了。  
(990414, 課室觀察記錄)

S06：我會用下課和同學討論工作單，觀念真的有比較清楚啦。

S02：我覺得這樣上數學很好玩，要自己找出規律，挑戰性很高。  
(990416, 訪談記錄)

## (二) 部分研究對象的特別表現

教學活動中，發現某些學生在段考成績上，並不突出，但卻能在探究的過程中，發現簡便的解決方法，甚至比績優學生更早發現之間的規律，或更快速且確實的做出成品。此亦顯示探究式的教學模式能增進不同學習能力學生的學習表現。

例如：

T：你現在準備要怎麼做？

S07：我先畫出長方體的展開圖，再將它剪下來。

T：所以你現在畫的這個圖是長方體的展開圖。

S07：嗯！

T：那你怎麼確定這是長方體的展開圖呢？

S07：因為我發現長方體中，相對的面是一樣大的，而且像盒子一樣，有蓋子和底部。  
(990413, 課室觀察記錄)

T：為何你沒有實際去操作呢？

S05：因為我發現其中有規則存在。

T：哦！那有什麼樣的規則呢？

S05：就是剪下來的正方形的邊長每增加1公分，長方體的長和寬就會減少2公方。

T：嗯！那還有呢？

S05：另外，剪下來的正方形的邊長，就是長方體的高，所以可以很快的推論出更各情況。  
(990415, 課室觀察記錄)

T：可以說一下你現在的作法嗎？

S18：嗯！我先把紙張對折再對折，所以只要剪一次就好了。

T：為什麼你覺得這種方法是正確且簡便的呢？

S18：因為四個角落剪下的正方形，必須是一樣的，不然就無法折出一個長方體。

T：還有呢？

S18：因為這張紙是正方形，所以當我對折再對折後，四個角就會完全疊合在一起，所以我只要剪一次就好了，不用剪四次。

(990415, 課室觀察記錄)

### (三) 學習成效

經過本活動的教學，發現學生在體積的概念上，均更加的具體而完整。

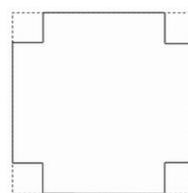
T：在你剪完後的紙張上，可以摺成長方體嗎？

S04：可以，把四個面摺起來就好了。

T：恩，好。哪你知道摺成的長方體的體積是多少嗎？

S04：長乘寬乘高。

T：長在哪裡？寬在哪裡？高在哪裡？請你把長寬高在紙張上的位置指出來。



S04：恩，這裡是長、這裡是寬、這裡是高。（學生依序指出正確的長寬高位置）

T：恩，你變聰明了耶，好那把答案算出來吧。

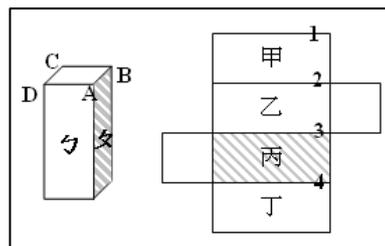
S04： $12 \times 12 \times 3 = 432$ （學生直式計算） (990416, 課室觀察記錄)

T：老師手中有一個完整的長方體盒子、另一個則是此長方體的展開圖，請指出長方體中A邊是展開圖中的哪一條邊？

S14：恩，應該是4這條邊吧。

T：沒錯，你答對了。

T：你可以指出展開圖中的乙面是長方體中的哪一個面呢？



S14：老師我知道，這很簡單，是甲面。

T：答得非常好。

(990419, 訪談記錄)

## 二、教學歷程困境與反思

### (一) 傳統教學方法的缺失

傳統的數學教學法，雖常併有動手操作的學習活動，唯仍以講授教學為主，故學生僅是以實作來驗證講授的內容，而非以實證的過程來建立概念。所以在教學過程中，部分學生並不會主動去想辦法解決問題，而會有等待老師提示、或給答案的被動行為。對於學生被動等待答案行為之改進，應從平時的教學活動中進行教學方法、策略的調整與改變，盡量引導學生進行思考，由此教學活動歷程發現探究式教學模式確能改善此傳統講述教學的缺失，但需規劃一長期完整的計劃以培養學生之探究能力。

T：同學們請將手中這一張紙，想辦法做成一個體積最大的無蓋長方體？

S01：老師，可以隨便剪再用拼的嗎？

S05：老師，要怎麼剪，有提示嗎？

T：動動腦想一下！不要只等答案，你們也可以相互討論一下。

S10：老師，這好難，我還是想不出來。

S03：老師，我還是不會剪啦。

T：動手嚐試看看，不要怕做錯失敗。 (990413, 課室觀察記錄)

T：你怎麼不做呢？

S17：因為我不知道怎麼做。

T：你可以先想一想長方體的特性啊。

S17：嗯～～我還是不知道怎麼做。

S06：老師，長方體到底怎麼做？

T：那你認為要做一個長方體，要有那些條件呢？

S06：嗯～～要有那些條件？我不知道。 (990413, 課室觀察記錄)

學生 S06 和 S17 從一開始，就沒有打算動手操作，只看看著別人怎麼做，而當引導其去思考時，也總以不知道來回答。等到共同討論時，才將討論後的結論填入工作單中。 (990413, 討論紀錄)

### (二) 長方體的先備概念不完整

在教學活動之初，發現部份學生無法真正做出完整的長方體，對於長

、寬、高的位置亦無法正確指出，其乃是學生在先前的學習活動中，沒有建立完整及正確的長方體概念。

例如：

T：老師手中有一個完整的長方體盒子，請問長方體的高在哪裡？

S01：是2這條邊。

T：那如果我將長方體翻轉九十度將它變成直立的，那2這條邊還是它的高嗎？

S05：嗯，應該還是吧。

S08：好像不是耶。

S11：不知道。

(990413, 課室觀察記錄)

雖然在課前先複習了長方體的概念，但開始操作後，卻發現許多學生無法做出正確的長方體，不是缺了幾個面，就是邊和邊接不在一起，顯然學生對於長方體的概念僅是死背，並非真正理解。(990413, 反省日誌)

### (三) 教學時間過長

探究式的教學模式強調探究的過程，所以會比傳統的教學模式花更多的時間。以本次教學活動為例，因以個別方式實施，所以僅在操作上便需三至四節的時間，以現今國小每週僅有四至五節的數學教學時數，實難以有足夠的時間，讓學生確實進行探究的探究過程。在有限的課堂時間中，希望能讓學生做最大的發揮與運用，確實是一個難題。本次教學以個人操作為主，為求讓每個學生充份的完成探究的過程，所以花費相當多的時間，所以建議在班級中實施，應以分組方式來進行。但若針對少數學生進行之加深加廣，仍以個別操作之方式為佳。

今天花了兩節課，卻僅進行了過程一，原因是學生在操作上並不熟練，而且並沒有去思考如何簡化操作，只是一味的重覆相同的動作。或許下次操作前，應先和學生討論如何才能簡化步驟。(990413, 反省日誌)

學生花在用直尺測量長度和工作單計算的時間實在太多，佔據了探究活動的許多時間，可利用百格紙和電子計算機來改善。

(990415, 討論紀錄)

今天在課堂上的教學流程並不順暢，在引導學生思考時並沒有那麼順

利，感覺是教師太心急了，應該要花多一點的時間，把問題切細切小，用問題來一步步引導他們思考。（990416，討論紀錄）

#### （四）教學設計之反思

本教學設計是讓學生實際動手操作，藉由裁剪『正方形』卡紙之四個角以製作最大體積的盒子，由於正方形卡紙的邊長與從正方形卡紙四個角剪下之小正方形的邊長呈6倍關係時，所折成的無蓋盒子體積最大，因此，在設計教材時，乃決定給予學生之正方形卡紙的邊長為12公分、18公分、24公分皆為6的倍數，讓學生能以公分為裁剪單位，以利教學之進行。當學生發現正方形卡紙邊長與剪裁長度呈六倍關係，便開始進行驗證與應用活動，在進行驗證時，仍以邊長30公分、36公分之正方形卡紙為例，但在應用推廣至任意不同正方形卡紙時，則會出現所剪裁的長度並非是公分的整數倍，以邊長15公分的正方形卡紙為例，為製作出最大體積的盒子，其在正方形卡紙四個角所剪裁的長度為 $15/6=2.5$ 公分。對邊長非六的整數倍之正方形卡紙進行驗證推廣時，宜引導學生進行更小單位的裁剪且藉由計算的方式來獲得驗證，以上例而言，可讓學生分別以2.4公分、2.5公分、2.6公分為裁剪長度且以紙筆（或利用電子計算機）計算出體積並加以比較，以得到驗證。

## 肆、結論與建議

在研究者任教國小的五年級班級實行引導式的探究教學融入體積的教學活動後，可以從教室觀察錄影紀錄、研究團隊討論紀錄、教師反省日誌、學生解題歷程工作單等質性資料整理分析後顯示出，當學生遇到問題時，會主動對問題進行探究，進而想辦法解決問題，另外也發現學生對於學習數學的興趣有提升的趨勢。教師在進行探究教學前，需先瞭解掌握學生的前備知識，對於解題工作單的設計則不宜太複雜。在學生的探究歷程中，需經由教師的引導與協助，學生才能更深入的觀察與研究所蒐集的數據資料，並歸納與解釋出其所探究的結果。

針對未來將使用引導式探究教學活動於數學領域教學者，研究團隊則給予以下的建議：

- (一) 教師應具有探究學習的能力：教師應具有熟練探究技巧且能具備深厚學科專業知識，如此在探究教學活動進行時才能適當給予學生提問與回饋。教師在教學中或結束後則須透過反思、進修來不斷修正自己的教學流程，進而帶動學生主動探究知識的欲望。
- (二) 教師對於學生的先備知識需要有充分的瞭解：本研究是對已有體積基礎概念的學生進行相關的探究教學活動，若是學生所具備的體積概念零碎並不完整，將會影響到整個探究教學活動是否能順利進行。
- (三) 教師可加入等待的時間：探究教學活動與傳統講述教學法並不相同，它強調由學生自己親自操作與主動思考，藉以形成學生自己的理解模式，由於學生的思考需要花費較多時間，所以教師在提出問題後，應給予學生多一些思考與討論時間。
- (四) 應考量學生實作過程所花的時間：在整個探究過程中，學生的實作活動佔據整個探究活動的大部分時間，建議可以改用小組合作的方式進行實作活動，除了可以節省時間，也利於學生相互討論與思考。
- (五) 學生解題工作單設計儘量要簡單明瞭：原本爲了讓學生能順利發現規律，而將學生解題工作單表格設計的較爲詳盡，但在實際教學中發現，複雜的表格反而會減低學生的學習興趣，因此建議工作單的設計應簡單明瞭，以利教學的進行。

## 參考文獻

- 毛松霖、張菊秀（1997）。探究式教學法與講述式教學法對於國中學生地球科學－氣象單元學習成效之比較。《科學教育學刊》，5（4）461-497。
- 何健誼（2002）。直觀法則對 K-6 年級學童在體積概念學習上的影響（未出版之碩士論文）。國立台北師範學院，台北市。
- 林仁得、謝祥宏、陳文典（1993）。國小學童對體積測量的認識。師大

學報，38，269-281。

紀雅方、溫嫩純（2008）。5E 學習環融入數學探究教學對國中生學習動機之影響。台灣數學教師電子期刊，13，1-10。

黃家鳴（2005）。數學探究的意義和實施。2006年3月5日，取自：  
[http://nspm2002.ilonman.com/news/ppt/ws4/WS4\\_WONG.ppt](http://nspm2002.ilonman.com/news/ppt/ws4/WS4_WONG.ppt)

張靜儀（1995）。自然科探究教學法。屏師科學教育，1，36-45。

劉宏文、張惠博（2001）。高中學生進行開放式探究活動之個案研究－問題的形與解決。科學教育學刊，9（2），169-196。

譚寧君（1995）。國小兒童面積迷思概念分析研究。國立台北師範學院學報，11，573-602。

Barnett, C. (1998). Mathematics teaching cases as catalyst for informed strategic inquiry. *Teaching and Teacher Education*, 14, 81-93.

Borasi, R. (1992). *Learning mathematics through inquiry*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Krummheuer, G. (1983). Das Arbeitsinterim in Mathematikunterricht. In H. Baversfeld (Ed.), *Lernen und Lehren von Mathematik* (pp.57-106). Koeln: Aulis verlag.

Windschitl, M. (2003). Inquiry projects in science teacher education: What can investigative experiences reveal about teacher thinking and eventual classroom practice? *Science Education*, 87(1), 112-143.